

Energieoptimale Regelung von Kälteprozessen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Manuel Gräber
aus (Geburtsort): Malsch (Landkreis Karlsruhe)

eingereicht am: 19.02.2013
mündliche Prüfung am: 13.12.2013

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Köhler
Prof. Dr.-Ing. André Bardow

2014

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Thermodynamik der Technischen Universität Braunschweig. Ich danke Prof. Dr. Jürgen Köhler für die Betreuung meiner Arbeit und Prof. Dr. André Bardow für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Durch die fachlich und menschlich sehr gute Zusammenarbeit mit allen Kollegen des Instituts und der TLK-Thermo GmbH habe ich diese Zeit sehr genossen und eine Menge gelernt. Besonders danken möchte ich Dr. Wilhelm Tegethoff für die vielen Diskussionen, die mir immer weitergeholfen haben. Und ohne die tatkräftige Hilfe von Norbert Stulgies beim Aufbau des Adsorptionskälteprüfstands wären sicherlich viele Rohre deutlich krummer zusammengelötet worden. Für die Bereitstellung und den Umbau des Kompressionskälteprüfstands möchte ich Dr. Christian Strupp und Sven Packheiser danken.

Neben den Kollegen vor Ort konnte ich auch von interessanten Kooperationen mit Partnern aus Industrie und anderen Universitäten profitieren. Vielen Dank an Dr. Christof Böttcher und Lukas Enke aus der Volkswagen Konzernforschung für die sehr gute Zusammenarbeit und die Unterstützung meiner Promotion. Dr. Franz Lanzerath vom Lehrstuhl für Technische Thermodynamik der RWTH Aachen danke ich ebenfalls für die sehr gute Zusammenarbeit in den letzten Jahren und vor allen für den schnellen und erfolgreichen Aufbau der Adsorptionskältekomponenten. Vielen Dank auch an Dr. Christian Kirches und Dr. Johannes Schlöder vom Interdisziplinären Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg für die Zusammenarbeit bei der mathematischen Optimierung und die Bereitstellung des Softwarepakets MUSCOD-II. Die gemeinsamen Diskussionen und die exakte analytische Betrachtungsweise der Mathematik haben mir an vielen Stellen sehr geholfen.

Für das Korrekturlesen meiner Arbeit danke ich Willi, Christian und meinem Vater Gerhard. Meiner Frau Tanja danke ich für die vielen schönen Momente in den letzten Jahren und vor allem für unser Töchterchen Nele, die es noch rechtzeitig vor der mündlichen Prüfung auf die Welt geschafft hat.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Ziele und Beiträge der Arbeit	10
1.2. Vorgehensweise und Aufbau	12
2. Modellierung einer Kompressionskältemaschine	15
2.1. Allgemeine Bilanzgleichungen und thermodynamische Zusammenhänge	16
2.2. Moving Boundary Modell des Kondensators	18
2.3. Niederdrucksammler und Verdampfer	27
2.4. Expansionsventil	29
2.5. Verdichter	30
2.6. Stoffdatenberechnung mit bikubischer Spline-Interpolation	34
2.7. Resultierendes Gesamtmodell	37
3. Modellierung einer Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine	39
3.1. Funktionsprinzip von Adsorptionskältemaschinen	40
3.2. Verdampfer und Kondensator	40
3.3. Adsorber	46
3.4. Kältemittelventile	51
3.5. Kondensatrückfluss	54
3.6. Resultierendes Gesamtmodell	55
4. Experimentelle Untersuchungen einer Kompressionskältemaschine	57
4.1. Komponenten des Kältekreislaufs	57
4.2. Sekundärseitige Komponenten	59
4.3. Messstellen und Sensorik	59
4.4. Variation der Expansionsventilöffnung	60
4.5. Experimentelle Modellkalibrierung	63
5. Experimentelle Untersuchungen einer Adsorptionskältemaschine	69
5.1. Komponenten des Kältekreislaufs	69
5.2. Sekundärseitige Komponenten	71
5.3. Messstellen und Sensorik	72

5.4. Variation der Sorptionsdauer	73
5.5. Wärmeübergang bei der Verdampfung	74
5.6. Experimentelle Modellkalibrierung	79
6. Formulierung und Lösung von Optimalsteuerungsproblemen	85
6.1. Formulierung von Optimalsteuerungsproblemen	85
6.2. Numerische Lösung von Optimalsteuerungsproblemen	90
6.3. Energieeffiziente Steuerung einer Kompressionskältemaschine	93
6.4. Maximieren der Kälteleistung von Adsorptionskältemaschinen	95
7. Nichtlineare Zustandsschätzung einer Kompressionskältemaschine	101
7.1. Beobachtbarkeitsanalyse	101
7.2. Erweitertes Kalman-Filter	109
7.3. Berücksichtigung der Kältemittelmasse	112
7.4. Simulationsergebnisse	114
8. Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung einer Kompressionskältemaschine	119
8.1. Grundlagen der Nichtlinearen Modellbasierten Prädiktiven Regelung	119
8.2. Lineare Regelung	121
8.3. Simulationsstudien	125
8.4. Potenzialanalyse einer mobilen Anwendung	133
8.5. Umsetzung an einer realen Anlage	137
8.6. Fazit	140
9. Leistungsmaximierende Regelung einer Adsorptionskältemaschine	143
9.1. NMPC bei verschiedenen Horizontlängen	143
9.2. Selbstoptimierende Regelung für periodische Prozesse	145
9.3. Neuartige Regelungsmethode zur Kälteleistungsmaximierung	148
9.4. Vergleich zu bestehenden Regelungsmethoden	151
9.5. Variable Rückkühltemperatur	153
10. Zusammenfassung und Ausblick	159
A. Wärmestromberechnung bei einphasigen Fluidströmungen	165
B. Approximation der Wurzelfunktion	167
C. Jacobi-Matrix des expliziten Euler-Verfahrens	169
D. Nomenklatur	171

E. Abbildungsverzeichnis	175
F. Tabellenverzeichnis	179
G. Literaturverzeichnis	181

1 Einleitung

Nach der Studie von Preuß u. Jahn (2011) mit Daten aus dem Jahr 2009 beträgt der Anteil der Kältetechnik am Stromverbrauch in Deutschland 14 %. Methoden bereitzustellen, diesen Energiebedarf durch Effizienzsteigerung zu reduzieren, ist übergeordnetes Ziel dieser Arbeit. Dabei liegt der Fokus nicht auf einer verbesserten Auslegung von Kälteanlagen oder der Verbesserung einzelner Komponenten, sondern auf der Regelung solcher Systeme.

Zunächst sei der bereits im Titel verwendete Begriff *energieoptimal* definiert als Eigenschaft eines stationären Betriebspunkts oder einer dynamischen Betriebsweise einer gegebenen Anlage mit maximal möglicher Energieeffizienz unter gegebenen Randbedingungen.

Kälteanlagen sind komplexe Systeme mit hochgradig nichtlinearem Verhalten. Klassische Regelungen, die auf einem Soll-/Istwert-Vergleich und den Methoden des linearen Regelungsentwurfs beruhen, führen zu Betriebspunkten, die in der Regel nicht energieoptimal sind. Allein durch eine verbesserte Regelung von Kälteanlagen könnte also deren Effizienz erhöht und ein deutlicher Teil des Energiebedarfs eingespart werden.

Für zwei grundlegend verschiedene Kälteprozesse werden in dieser Arbeit neuartige energieoptimale Regelungen entwickelt und deren Funktionsfähigkeit experimentell nachgewiesen. Dabei geht es zum einen um den in der Kälte- und Wärmepumpentechnik mit Abstand am weitesten verbreiteten *Kaltdampfprozess*, wie er in Kompressionskältemaschinen eingesetzt wird, und zum anderen um den thermisch angetriebenen *Adsorptionskälteprozess*. Grundlage des Regelungsentwurfs sind nichtlineare physikalische Systemmodelle der beiden Prozesse. Diese Modelle werden sowohl in Simulationsrechnungen als auch zur Formulierung dynamischer Optimierungsprobleme, sogenannter *Optimalsteuerungsprobleme*, verwendet.

Modellierung von Wärmeübertragern

Bei der Modellierung von zweiphasigen Fluidströmungen, wie sie in Wärmeübertragern von Kompressionskältemaschinen auftreten, gibt es verschiedene Ansätze. Für eine detaillierte Auslegung der Geometrie können örtlich mehrdimensional hochaufgelöste Strö-

mungsberechnungen durchgeführt werden, die oft als CFD Rechnungen (engl. computational fluid dynamics) bezeichnet werden. Allerdings sind die Rechenzeiten dieser Modelle vergleichsweise hoch. Für die dynamische Systemsimulation kompletter Kreisläufe sind CFD Methoden nicht geeignet. Hier werden häufig vereinfachte Modelle verwendet, die in zwei Gruppen aufgeteilt werden können: Finite Volumen (FV) und Moving Boundary (MB) Modelle.

Streng genommen gehören FV Methoden auch zum Bereich CFD, wo sie zur mehrdimensionalen örtlichen Auflösung von Fluidströmungen eingesetzt werden. In der Systemsimulation werden FV Modelle hingegen nur eindimensional entlang der Hauptströmungsrichtung formuliert. Die Fluidströmung wird dabei in konstante Kontrollvolumen unterteilt, in denen die Zustandsgrößen des Fluides als örtlich konstant angenommen werden. Für jedes dieser Kontrollvolumen werden die Erhaltungsgleichungen für Energie, Masse und Impuls formuliert. Während Energie- und Massenerhaltung vollständig dynamisch beschrieben werden, also die Volumen Energie und Masse speichern können, wird die Impulserhaltung häufig vereinfacht oder quasistationär behandelt. Das liegt daran, dass die Dynamik der Impulserhaltung durch vergleichsweise kleine Zeitkonstanten charakterisiert ist. Würde man diese unverändert im Systemmodell berücksichtigen, würde das zusammen mit den größeren Zeitkonstanten der Energie- und Massenspeicherung zu *Steifheit* des Differentialgleichungssystems führen und damit die benötigte Rechenzeit deutlich erhöhen.

Bestehende FV Modellierungen unterscheiden sich im Wesentlichen durch die unterschiedliche Behandlung der Impulsbilanz. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit seien hier einige Arbeiten der letzten Jahre erwähnt. Elmqvist u. a. (2003) beschreibt die Herleitung von grundlegenden Gleichungen für FV Modelle und deren objektorientierte Implementierung in der Modellierungssprache Modelica. Die Impulsbilanz wird dabei vollständig dynamisch berücksichtigt. Allerdings wird auf den aus CFD bekannten *Staggered Grid* Ansatz verwiesen, bei dem die Impulsbilanz auf einem versetzten Diskretisierungsgitter formuliert wird. An diese Arbeit anknüpfend wird die Entwicklung einer objektorientierten Bibliothek zur Modellierung von Fluidströmungen in Casella u. a. (2006) fortgesetzt und führt schließlich zu der frei verfügbaren Modelica.Fluid Bibliothek (Franke u. a., 2009), die in die Modelica Standard Bibliothek aufgenommen ist. Darin sind für die Impulsbilanz verschiedene FV Diskretisierungsschemata enthalten.

Ein besonderer Ansatz zur Berücksichtigung der Impulsbilanz geht auf die Arbeit von Lemke (2004) zurück. Die zeitliche Änderung des Druckes – nicht der Druck selbst – wird innerhalb eines Wärmeübertragers als örtlich konstant angenommen. Die Umsetzung dieses Ansatzes in einer Modelica Bibliothek ist in Richter (2008) und Gräber u. a. (2010) beschrieben.

Casella u. Leva (2006) schlagen vor, eine gemeinsame dynamische Impulsbilanz für alle Kontrollvolumen zu formulieren. Eine Umsetzung dieses Ansatzes ist in der frei verfügbaren ThermoPower Bibliothek zu finden.

Durch verschiedene Vereinfachungen der Impulsbilanz – wie dem Ansatz von Lemke (2004) oder der kompletten Vernachlässigung von Druckverlusten – können zustandsabhängige Singularitäten im resultierenden Gleichungssystem entstehen. Dadurch kommt es während der dynamischen Simulation zu scheinbar willkürlichen Abbrüchen des numerischen Lösungsverfahrens. Schulze u. a. (2012) analysieren diese Singularitäten und schlagen eine Methode vor, um deren Auftreten zu verhindern und die Lösbarkeit des Gleichungssystems zu garantieren. Die Robustheit von vereinfachten FV Modellen kann dadurch deutlich gesteigert werden.

Bei der Moving Boundary Modellierung werden analog zur FV Methode einzelne Kontrollvolumen eingeführt, für die dynamische Massen- und Energiebilanzen formuliert werden. Allerdings sind die Volumen nicht konstant. Die Grenzen liegen genau an den Stellen, an denen die Fluidströmung vom zweiphasigen in den einphasigen Zustand übergeht, und bewegen sich entsprechend dem Zustand der Fluidströmung. Es kann also maximal drei Kontrollvolumen geben: unterkühltes, überhitztes und zweiphasiges Kältemittel. Drei Kontrollvolumen erscheinen zwar als recht grobe örtliche Diskretisierung, durch die explizite Berücksichtigung der Phasenumschlagpunkte kann dennoch eine vergleichsweise hohe Genauigkeit erzielt werden. Bendapudi u. a. (2008) vergleichen FV mit MB Modellen und erreichen in Simulationsrechnungen bei vergleichbarer Genauigkeit eine etwa dreimal geringere Rechenzeit der MB Modelle.

Die ursprüngliche Idee der MB Modellierung geht auf Wedekind u. a. (1978) und Beck u. Wedekind (1981) zurück. Neuere Arbeiten konzentrieren sich vor allem auf das dynamische Zu- und Wegschalten von verschiedenen Zonen des MB Modells (McKinley u. Alleyne, 2008; Li u. Alleyne, 2010). Schließlich kann es während des Betriebs einer Kompressionskältemaschine vorkommen, dass die Überhitzung am Verdampferaustritt oder die Unterkühlung am Kondensatoraustritt verschwindet oder erscheint. Das damit verbundene dynamische Schalten zwischen verschiedenen MB Modellen ist nicht trivial, da das resultierende Gleichungssystem in den Zustandspunkten, bei denen eine Zone gerade Null ist, singulär wird.

Cecchinato u. Mancini (2012) schlagen vor, im Vergleich zu üblichen MB Formulierungen andere thermodynamische Zustandsgrößen als Zustände des Differentialgleichungssystems auszuwählen. Durch die Wahl der Kältemitteldichte ist die Gesamtmassenbilanz immer exakt erfüllt.

Modellierung von Adsorptionskältemaschinen

Die ersten dynamischen Modelle von Adsorptionskältemaschinen konzentrieren sich auf die Beschreibung des Adsorbers. Kondensator und Verdampfer werden quasistationär mit konstanter Temperatur abgebildet. Daraus ergibt sich ein konstanter Verdampfungs- und Kondensationsdruck, die Sorptionsphasen des Prozesses laufen also isobar ab. Solche Modelle sind in Saha u. a. (1995); Chua u. a. (1999); Alam u. a. (2000) zu finden. In darauf folgenden Arbeiten werden die isobaren Modelle um die Dynamik des Verdampfers und Kondensators erweitert (Núñez, 2001; Chua u. a., 2004; Wang u. Chua, 2007; Miyazaki u. Akisawa, 2009; Schick Tanz u. Núñez, 2009; Gräber u. a., 2011).

Dabei ist zwischen Modellen zu unterscheiden, die eine örtliche Auflösung der Temperaturen berücksichtigen (Chua u. a., 2004; Alam u. a., 2000) – also partiellen Differentialgleichungen –, und jenen ohne örtlicher Auflösung (Saha u. a., 1995; Núñez, 2001; Wang u. Chua, 2007; Schick Tanz u. Núñez, 2009; Gräber u. a., 2011).

Der Stofftransport zwischen Adsorber und Verdampfer bzw. Kondensator wird in fast allen Modellen mit dem LDF-Ansatz (engl. linear driving force) beschrieben. Dabei wird angenommen, dass der de- bzw. adsorbierte Massenstrom im Adsorber proportional zur Differenz zwischen aktueller Beladung und Gleichgewichtsbeladung ist. Nur Núñez (2001) und Schick Tanz u. Núñez (2009) verwenden einen leicht veränderten aber ebenfalls linearen Ansatz. Hier werden die Massenströme als proportional zu einer Druckdifferenz angenommen.

Numerische Stoffdatenberechnung

Die Beschreibung der thermodynamischen Stoffeigenschaften stellt einen wesentlichen Teil der Modellierung von zweiphasigen Fluidströmungen dar. Bei der Anwendung der Modelle in Simulationen und dynamischen Optimierungsrechnungen verursachen Stoffdatenberechnungen oft den Großteil der benötigten Rechenzeit.

Für numerische Rechnungen übliche Stoffdatenmodelle für Reinstoffe beruhen auf einer für das jeweilige Fluid gültigen *Fundamentalgleichung*. Als Beispiele seien genannt: die in der Modelica Standardbibliothek enthaltene Stoffdatenbibliothek Modelica.Media (Casella u. a., 2006), die sehr umfangreiche Stoffdatenbibliothek REFPROP (Lemmon u. a., 2010) und das Softwarepaket TILMedia Suite (Richter, 2008). TILMedia Suite enthält sowohl für die Simulation optimierte Umsetzungen von Fundamentalgleichungen als auch eine Schnittstelle zu REFPROP.

Das Besondere an Fundamentalgleichungen ist, dass mit einer einzigen Gleichung die gesamten Gleichgewichts-Stoffeigenschaften beschrieben werden können. Die Theorie dahinter geht auf Gibbs (1873) zurück. Löst man eine Fundamentalgleichung explizit nach einer ihrer Variablen auf, nennt man den funktionalen Zusammenhang *charakteristische Funktion*. Baehr (1998) gibt einen Überblick über die thermodynamischen Grundlagen dieses Ansatzes. Für Kältemittel werden oft *Helmholtz-Funktionen* der Form

$$f = f(T, v) \quad (1.1)$$

verwendet. Die spezifische freie Energie f wird als Funktion der Temperatur T und des spezifischen Volumens v beschrieben. Für viele Stoffe sind sehr genaue Funktionen verfügbar. Oft werden hochgradige Polynome verwendet und deren Koeffizienten durch Anpassung an Messdaten bestimmt.

Für numerische Berechnungen, bei denen wenige Funktionsaufrufe notwendig sind, sind Fundamentalgleichungen eine sehr gute und praktikable Lösung. Bei umfangreicheren Simulationen kann es allerdings schnell zu nicht hinnehmbaren Rechenzeiten kommen. Das liegt zum einen an der komplexen mathematischen Struktur der hinterlegten charakteristischen Funktionen und zum anderen daran, dass üblicherweise die Zustandsgrößen p und h oder p und T als Eingangsgrößen der Stoffdatenberechnung gewählt werden. Dies führt dazu, dass aus der expliziten Funktion (1.1) eine implizite Gleichung wird, die durch iterative Verfahren gelöst werden muss.

Durch die in dieser Arbeit verwendeten numerischen Optimierungsverfahren entstehen zwei wesentliche Anforderungen an die Stoffdatenberechnung:

- Geringe Rechenzeit
- Mehrfache Differenzierbarkeit aller Funktionen

Die erste Anforderung gilt im Allgemeinen auch für Simulationsrechnungen. Bei der Optimierung kommt ihr aber eine noch größere Bedeutung zu, da numerische Optimierungsalgorithmen iterativ arbeiten, und sich die Anzahl an Stoffdatenfunktionsaufrufen gegenüber der Simulation vervielfacht. Besonders bei der Optimierung als Bestandteil eines Regelalgorithmus, wie sie in dieser Arbeit angewandt wird, werden hohe Anforderungen an die Rechenzeit der Funktionsauswertung gestellt. Schließlich bedeutet eine hohe Rechenzeit eine große Verzögerung zwischen der Antwort des Reglers auf Änderungen des Prozesses. Diese Verzögerung ist maßgeblich für die Zuverlässigkeit und Stabilität des Regelkreises.

Die zweite Anforderung gilt nicht für Simulationsrechnungen, sondern nur für lokale ableitungsbasierte Optimierungsverfahren. Diese Verfahren verwenden die Ableitungen der Kostenfunktion nach den freien Optimierungsparametern. Unstetigkeit innerhalb der Ableitungen ist dabei nicht erlaubt. Der Theorie entsprechend müssten alle aufgerufenen Funktionen sogar mehrfach differenzierbar sein. Aber in der Praxis zeigt sich, dass die mehrfache Differenzierbarkeit nicht immer erfüllt sein muss. In der Regel genügt es, wenn sämtliche Funktionen, die bei der Auswertung der Kostenfunktion involviert sind, mindestens zweimal stetig differenzierbar sind.

Für den Fall, dass Stoffdatenberechnungen mit charakteristischen Funktionen berechnet werden, die nicht explizit von den gewählten Eingangsgrößen abhängen, müssen wie oben erwähnt iterative Lösungsverfahren eingesetzt werden. Dies führt allerdings dazu, dass das Ergebnis der Stoffdatenberechnung Sprünge hat und nicht differenzierbar ist.

Sowohl wegen der hohen Rechenzeit als auch wegen der Unstetigkeit sind auf charakteristischen Funktionen basierende Stoffdatenberechnungen für die Verwendung in ableitungsbasierten Optimierungsverfahren in der Regel nicht geeignet. Eine Ausnahme zu dieser Aussage besteht dann, wenn es gelingt die Modellgleichungen so zu formulieren, dass die Zustände der Differentialgleichung mit den Eingangsgrößen der charakteristischen Funktion übereinstimmen. Dann werden Iterationen innerhalb der Stoffdatenberechnung vermieden und das Ergebnis ist mehrfach stetig differenzierbar. Dieser Ansatz wird in dieser Arbeit bei der Modellierung einer Adsorptionskältemaschine verwendet.

Durch das in den letzten Jahren stark gestiegene Interesse an der Simulation von thermodynamischen Systemen wie Kraftwerken oder Kälte- und Wärmepumpenprozessen getrieben, wurden neue schnellere numerische Stoffdatenberechnungsmethoden entwickelt.

Kunick u. a. (2008) schlagen vor, die Stoffdaten auf einem Gitter der Zustandsgrößen p und h durch bestehende Fundamentalgleichungen auszuwerten und durch biquadratische Splines zu interpolieren. Die einmalig berechneten Polynomkoeffizienten werden abgespeichert und während der Simulation zur Auswertung der Stoffdatenfunktion abgerufen. Die Rechenzeit sinkt dadurch deutlich gegenüber der Auswertung von Fundamentalgleichungen. Die resultierenden Funktionen sind überall einfach stetig differenzierbar (Späth, 1995). Schwierigkeiten sind bei der Abbildung des Zweiphasengebiets zu erwarten, da die Grenzen quer durch das Interpolationsgitter laufen. Wie Kunick u. a. (2008) das Zweiphasengebiet behandeln, bleibt unklar.

Schulze u. a. (2010) verwenden ebenfalls eine Interpolation mit einmalig berechneten Koeffizienten. Es werden auch die Zustandsgrößen p und h als Koordinaten der Interpolation

verwendet. Das Besondere ist, dass in p -Richtung linear interpoliert wird, während in h -Richtung eine in drei Bereiche unterteilte Funktion mit jeweils 7 Koeffizienten verwendet wird. Das Zweiphasengebiet ist tabelliert hinterlegt und wird gesondert behandelt. Die Rechenzeiten dieses Ansatzes sind ebenfalls deutlich geringer verglichen mit Fundamentalgleichungen. Allerdings sind die resultierenden Funktionen in p -Richtung nicht stetig differenzierbar.

Miyagawa u. Hill (2001) schlagen eine tabellierte Taylorreihenentwicklung vor, um Zustandsgrößen auf einem (p, h) -Gitter zu berechnen. Die Taylorreihe wird um den Mittelpunkt der jeweiligen Gitterzelle entwickelt und nach dem 6. Term abgebrochen. Letztendlich erhält man also wie bei Kunick u. a. (2008) eine biquadratische abschnittsweise definierte Funktion für jede zu berechnende Zustandsgröße. Der Unterschied zur Spline-Interpolation besteht darin, dass die resultierenden Funktionen an den Gitterkanten nicht stetig sind. Miyagawa u. Hill (2001) erwähnen zwar, dass Gitterzellen, die das Zweiphasengebiet schneiden, besonders behandelt werden. Die konkrete Umsetzung bleibt aber unklar.

Fortschrittliche Regelung von Kompressionskältemaschinen

Durch die zunehmende Verfügbarkeit von preiswerten elektronischen Komponenten hat die Anzahl an potenziellen Stellgliedern für Kompressionskältemaschinen in den letzten Jahren zugenommen. Als Beispiel seien drehzahlgeregelte Verdichter und Lüfter oder elektrische Expansionsventile genannt. Die Vielzahl von möglichen Stellgliedern ermöglicht einerseits eine verbesserte Energieeffizienz vor allem in Teillastbetriebspunkten. Andererseits ist der Regelungsentwurf für solche nichtlinearen *Mehrgrößensysteme* nicht trivial.

Die in der Literatur beschriebenen Methoden zur Mehrgrößenregelung von Kompressionskältemaschinen lassen sich in zwei Gruppen einordnen. Zum einen gibt es Arbeiten, die eher aus dem Gebiet der Regelungstechnik stammen und eine möglichst gute Dynamik des geschlossenen Regelkreises zum Ziel haben (Dynamik Methoden). Das bedeutet garantierte Stabilität und schnelle Reaktion auf Sollgrößenänderungen oder Störungen. Zum anderen gibt es Arbeiten aus dem Bereich der Thermodynamik, die sich mit der Frage beschäftigen, wie für verschiedene Randbedingungen ein stationärer Betriebspunkt eingestellt werden kann, der möglichst energieeffizient ist (quasistationäre Methoden).

Zur Gruppe der Dynamik Methoden zählen zum Beispiel die Arbeiten von He u. a. (1998) und Schurt u. a. (2009), die beide einen LQG-Regler einsetzen. Dabei handelt es sich um einen Optimalregler mit Kalman-Filter für ein lineares System, mit einer quadratischen

Kostenfunktion und **gaußschen** Störungen (Lunze, 2006). Um die Nichtlinearität des realen Systems zu berücksichtigen verwenden He u. a. (1998) zusätzlich die Methode des *Gain scheduling*. Darunter versteht man die dynamische Anpassung der Regelparameter eines linearen Regelgesetzes an verschiedene Betriebspunkte des zu regelnden nichtlinearen Systems. Gain scheduling wird auch von Rasmussen u. Alleyne (2010) zur Mehrgrößenregelung von Kompressionskältemaschinen verwendet. In Rasmussen u. Larsen (2009) wird die nichtlineare Regelungsmethode *Backstepping* zur Überhitzungsregelung untersucht. Elliott u. Rasmussen (2008) schlagen für ein System mit mehreren parallelen Verdampfern die Verwendung lokaler linearer *Modellbasierter Prädiktiver Regler* (engl. model predictive control, MPC) gekoppelt mit globalen Proportional-Integral-Reglern (PI-Regler) vor. Eine globale MPC Regelung mit linearen Modellen wird in Wallace u. a. (2012) vorgeschlagen. Dabei liegt der Fokus auf einer Methode zur Vermeidung von Regelabweichungen, die durch die Abweichung zwischen dem linearen Modell und der nichtlinearen Realität entstehen.

Zur Gruppe der quasistationären Methoden zählt die selbstoptimierende Regelung von Larsen u. a. (2003). Basis ist eine lineare Regelung des Kompressionskältekreislaufs. Die Sollgrößen für die linearen Regler werden während des Betriebs mit einer iterativen Methode optimiert. Mit Hilfe eines quasistationären Modells des Systems werden die Ableitungen einer Kostenfunktion bestimmt, und damit die freien Sollgrößen durch einen Newton-artigen Optimierungsalgorithmus angepasst.

Jensen u. Skogestad (2007a) analysieren systematisch die optimale Konfiguration von einstufigen Kompressionskälteprozessen und kommen zu der Erkenntnis, dass Kreisläufe mit keiner Überhitzung und geringer Unterkühlung das energieeffizienteste Design darstellen. Der in der vorliegenden Arbeit betrachtete Kreislauf mit Niederdrucksammler gehört zu den in Jensen u. Skogestad (2007a) als optimal identifizierten Konfigurationen. Darauf aufbauend wird in Jensen u. Skogestad (2007b) eine selbstoptimierende Regelungsstruktur gesucht. Ziel ist eine Regelgröße zu finden, die auf einen konstanten Sollwert geregelt dazu führt, dass der Kreislauf immer in stationären Betriebspunkten in der Nähe des Optimums landet. Die Dynamik des Prozesses wird nicht betrachtet.

Leducq u. a. (2006) schlagen vor, eine Kompressionskältemaschine mit *Nichtlinearer Modellbasierter Prädiktiver Regelung* (engl. nonlinear model predictive control, NMPC) zu regeln. Dabei ist das Ziel, möglichst energieeffiziente Betriebspunkte zu erreichen. Stellgrößen der NMPC sind Verdichterdrehzahl und die Massenströme der Sekundärfluide in Verdampfer und Kondensator. Im Prinzip wird bei NMPC die Dynamik des Prozesses berücksichtigt, allerdings verwenden Leducq u. a. (2006) ein vergleichsweise langsames Lösungsverfahren für die auftretenden Optimierungsprobleme. Dadurch kann nur ein

vergleichsweise großes Abtastintervall von 20 s und ein Prädiktionshorizont von 80 s verwendet werden. Für die Regelung des Expansionsventils ist diese Abtastrate zu gering. Leducq u. a. (2006) verwenden parallel zur langsamen NMPC einen schnellen PI-Regler für das Expansionsventil. Insgesamt lässt sich dieser Ansatz zu den quasistationären Methoden zählen. Schließlich sorgt die langsame NMPC eher dafür, dass sich energieeffiziente stationäre Betriebspunkte einstellen, als dass schnell auf Störungen reagiert wird.

Regelung von Adsorptionskältemaschinen

Adsorptionskältemaschinen werden diskontinuierlich betrieben. Die Länge der einzelnen Prozessabschnitte und damit die Zyklusdauer sind wichtige Stellgrößen. Sie beeinflussen direkt die erzielbare Kälteleistung. Für gegebene Randbedingungen hat die mittlere Kälteleistung einer Anlage ein deutlich ausgeprägtes Maximum bei einer bestimmten Zyklusdauer. Dieser prinzipielle Verlauf ist belegt durch zahlreiche experimentelle (Chang u. a., 2007; Kubota u. a., 2008; Chen u. a., 2010; Vasta u. a., 2012) und theoretische Untersuchungen (Saha u. a., 1995; Chua u. a., 1999; Alam u. a., 2000, 2003; Wang u. Chua, 2007; Miyazaki u. Akisawa, 2009; Gräber u. a., 2011). Für veränderte Randbedingungen ergibt sich ein ähnlicher Verlauf allerdings mit einer anderen Lage des Maximums. Vergleiche hierzu die in dieser Arbeit experimentell ermittelten Daten in Abbildung 5.2.

In der Literatur werden zwei Betriebsweisen für Adsorptionskältemaschinen beschrieben. Die triviale Möglichkeit ist, die Anlage immer bei einer festen Zyklusdauer zu betreiben. Die andere in Büttner u. Mittelbach (2011) und Schick Tanz (2011) beschriebene Methode nutzt eine variable Zyklusdauer, um die Kälteleistung dem Kältebedarf anzupassen. Die aktuell gemessene Austrittstemperatur des zu kühlenden Fluides wird mit einem Sollwert oder einem über den Zyklus gemittelten Wert verglichen, um das Ende des aktuellen Zyklus zu bestimmen. Wie Schick Tanz (2011) mit Simulationsrechnungen zeigt, können Schwankungen der Eintrittstemperatur des zu kühlenden Fluides die Regelung empfindlich stören und eine zu frühe Beendigung des Zyklus verursachen.

Beide Regelstrategien haben den Nachteil, dass sie für den Fall der maximalen Kälteleistungsanforderung nicht bei allen Randbedingungen im Optimum operieren. Ist in einem Gesamtsystem ansonsten ungenutzte Wärme für den Antrieb der Adsorptionskältemaschine vorhanden, und wird die fehlende Kälteleistung durch zusätzliche mechanisch betriebene Kälteanlagen bereitgestellt, so ist die Nichtoptimalität der Zyklusdauer verbunden mit einem erhöhten Primärenergiebedarf der Gesamtanlage.

1.1. Ziele und Beiträge der Arbeit

Für zwei grundlegend verschiedene Kälteprozesse sollen neuartige energieoptimale Regelungen entworfen und deren Funktionsfähigkeit experimentell nachgewiesen werden. Dabei geht es zum einen um den in der Kälte- und Wärmepumpentechnik mit Abstand am weitesten verbreiteten *Kaltdampfprozess*, wie er in Kompressionskältemaschinen eingesetzt wird, und zum anderen um den thermisch angetriebenen *Adsorptionskälteprozess*.

Um dieses Hauptziel zu erreichen, muss das transiente Verhalten der thermodynamischen Prozesse detailliert erforscht und verstanden werden. Daher sind als zweites Ziel für beide Prozesse dynamische Systemmodelle zu entwickeln. Diese Systemmodelle müssen einerseits das statische und transiente Verhalten hinreichend genau beschreiben, und andererseits für den Einsatz in numerischen ableitungsbasierten Optimierungsalgorithmen geeignet sein. Besonders der zweite Punkt erhöht die Anforderungen an die Modellierung deutlich. Neben einer niedrigen Rechenzeit für die numerische Auswertung der Modellgleichungen ist die mehrfache Differenzierbarkeit aller enthaltenen Gleichungen von großer Bedeutung.

Im Folgenden werden die wesentlichen Beiträge dieser Arbeit beschrieben.

Modellierung von Kompressionskältemaschinen

Es wird eine neue Methode zur schnellen numerischen Stoffdatenberechnung vorgestellt. Bei den Ansätzen von Miyagawa u. Hill (2001); Kunick u. a. (2008); Schulze u. a. (2010) werden die erreichbaren Rechenzeiten ähnlich gering sein. Allerdings zeichnet sich die in dieser Arbeit vorgeschlagene Methode durch eine erhöhte Differenzierbarkeit der resultierenden Funktionen aus. Daher ist diese Methode besonders für den Einsatz in der ableitungsbasierten Optimierung geeignet. Basis der Methode ist die bikubische Spline-Interpolation mit zweifach stetiger Differenzierbarkeit (Späth, 1995). Um das Zweiphasengebiet geeignet abzubilden, wird nicht wie üblich über einem (p, h) -Gitter interpoliert, sondern mit einer Koordinatentransformation die Form des Zweiphasengebiets in das Interpolationsgitter übernommen.

Das Moving Boundary Modell eines Kondensators mit allen drei Zonen wird vollständig und ausführlich hergeleitet. Dabei wird im Gegensatz zu den üblichen Herleitungen auf Basis differentieller Bilanzgleichungen (Jensen u. Tummescheit, 2002; Eldredge u. a., 2008; Bendapudi u. a., 2008; Cecchinato u. Mancini, 2012) die integrale Form der Bilanzgleichungen als Ausgangspunkt der Herleitungen verwendet. Üblicherweise wird bei der

Berechnung der Wärmeströme in den einphasigen Zonen eine mittlere Kältemitteltemperatur verwendet (Jensen u. Tummescheit, 2002; Eldredge u. a., 2008; Bendapudi u. a., 2008; McKinley u. Alleyne, 2008; Cecchinato u. Mancini, 2012). Dieser weit verbreitete Ansatz führt aber bei großen Längen der einphasigen Zonen zu physikalisch falschen Ergebnissen. So kann zum Beispiel beim Kondensatormodell die Austrittstemperatur des Kältemittels unter der Eintrittstemperatur des Wärme aufnehmenden Sekundärfluides liegen. Zwar wird in Bendapudi u. a. (2008) und Cecchinato u. Mancini (2012) erwähnt, dass andere Ansätze möglich sind, die auf exponentiellen Temperaturverläufen basieren. Aber eine vollständige Herleitung der entsprechenden Modellgleichungen fehlt. In dieser Arbeit wird ein solcher Ansatz mit exponentiellem Temperaturverlauf verwendet. Die Modellgleichungen werden detailliert hergeleitet.

Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung einer Kompressionskältemaschine

Es wird wie in Leducq u. a. (2006) eine NMPC für Kompressionskältemaschinen entworfen und untersucht. Allerdings kann durch die Verwendung von spezialisierten Lösungsalgorithmen die Abtastzeit deutlich verringert werden. Mit dieser neuen Regelung können sowohl Ziele der dynamischen als auch der quasistationären Methoden, wie sie oben definiert sind, erfüllt werden. Es werden sowohl energieeffiziente stationäre Betriebspunkte erreicht, als auch die Dynamik des geschlossenen Regelkreises gegenüber klassischen linearen Regelungen verbessert. Das bedeutet, die optimalen Betriebspunkte bei wechselnden Randbedingungen werden schneller erreicht.

Modellierung einer Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine

Das dynamische Modell einer Adsorptionskältemaschine ohne örtliche Auflösung der Temperaturen wird hergeleitet und mit Messdaten verglichen. Die Dynamik des Verdampfers und Kondensators werden abgebildet. Neu ist die nichtlineare Beschreibung des Massenstroms zwischen Adsorber und Verdampfer bzw. Kondensator. Ein weiterer wesentlicher Beitrag ist in der vollständigen und thermodynamisch exakten Herleitung aller Modellgleichungen und deren übersichtlichen Darstellung zu sehen.

Energieoptimale Regelung einer Adsorptionskältemaschine

Für Adsorptionskältemaschinen wird eine neue Regelung mit variabler Zyklusdauer entworfen und untersucht. Ähnlich wie in Büttner u. Mittelbach (2011) wird der Zyklus nach

einem Kriterium beendet, das aktuelle Messungen mit über den Zyklus gemittelten Messungen vergleicht. Allerdings wird als ausschlaggebende Messgröße nicht die Austrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer, sondern die Differenz zwischen Ein- und Austrittstemperatur verwendet. Dadurch erhöht sich die Robustheit der Regelung gegenüber Störungen wie Schwankungen der Temperaturen in den Sekundärkreisläufen. Neben dem Entwurf des konkreten Regelalgorithmus wird eine breiter gefasste Klasse von Regelungen für periodische Prozesse definiert und theoretisch untersucht. Es kann nachgewiesen werden, dass diese Klasse von Regelungen selbstoptimierend ist. Für den konkreten Anwendungsfall bedeutet das, dass im periodisch stationären Zustand die Adsorptionskälteanlage immer mit maximal möglicher Kälteleistung betrieben wird.

1.2. Vorgehensweise und Aufbau

Für zwei unterschiedliche Anlagen, eine Kompressionskältemaschine mit dem Kältemittel R_{134a} und eine Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine mit der Stoffpaarung Silikagel/Wasser, werden neuartige Regelungskonzepte entworfen und die Funktionsweise durch Experimente an den realen Anlagen nachgewiesen.

Basis des Regelungsentwurfs sind dynamische Systemmodelle von Kälteanlagen in Form von Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen (engl. ordinary differential equations, ODE) bzw. differentiell-algebraischen Gleichungen (engl. differential algebraic equations, DAE). Die Systemmodelle werden in Kapitel 2 und 3 ausführlich hergeleitet. Zur Modellformulierung wird die objektorientierte und gleichungsbasierte Modellierungssprache Modelica eingesetzt. Als Entwicklungs- und Simulationswerkzeug dient die Software Dymola.

Der Aufbau von prototypischen Kälteanlagen mit zugehörigem Versuchsstand sowie die Bestimmung der Modellparameter mit Messdaten werden in den Kapiteln 4 und 5 beschrieben. Die so parametrisierten Systemmodelle werden in mehrfacher Weise weiterverwendet.

In Kapitel 6 wird die Frage behandelt, wie die bestmöglichen Steuerungen für die Kältemaschinen aussehen müssten. Basierend auf den Systemmodellen kann diese Frage als *Optimalsteuerungsproblem* (engl. optimal control problem, OCP) formuliert und mit dem *direkten Mehrfachschießverfahren* numerisch gelöst werden. Hierfür wird das Softwarepaket MUSCOD-II des Interdisziplinären Zentrums für wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg eingesetzt (Bock u. Plitt, 1984; Diehl u. a., 2001; Leineweber u. a., 2003).

Eine weitere Verwendung findet das Systemmodell der Kompressionskältemaschine in Kapitel 7. Hier wird ein *Beobachter* entworfen, mit dem aus wenigen bekannten Messgrößen der realen Anlage alle Zustände des Systemmodells zuverlässig geschätzt werden können.

In Kapitel 8 wird basierend auf Beobachter und Optimierer eine NMPC für Kompressionskältemaschinen entworfen und an der realen Anlage getestet. Die Grundidee von NMPC ist, durch Lösen von Optimalsteuerungsproblemen optimale Stellgrößen zu bestimmen. Diese Optimierung wird in jedem Zeitschritt der Regelung wiederholt. Durch Einbeziehung aktueller Messdaten werden nichtmodellerte Störeinflüsse erfasst und Modellfehler ausgeglichen. Vorteile dieser Methode sind eine hohe Regelungsgüte im Allgemeinen sowie die Möglichkeit Effizienzmaße direkt als Regelungsziel zu verwenden und Beschränkungen von Stellgrößen oder internen Prozessgrößen explizit zu berücksichtigen.

Das Systemmodell der Adsorptionskältemaschine und die numerische Lösung der darauf basierenden Optimalsteuerungsprobleme werden in Kapitel 9 als Werkzeug eingesetzt, um die optimale Prozessführung zu analysieren. Es wird eine selbstoptimierende Regelungsmethode entworfen und an der realen Anlage getestet.

2 Modellierung einer Kompressionskältemaschine

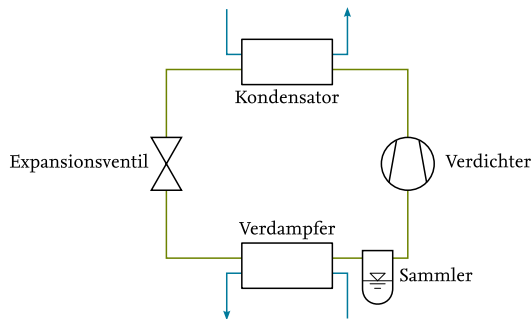


Abbildung 2.1.: Systemskizze der modellierten Kompressionskältemaschine.

In diesem Kapitel werden die Gleichungen für das Systemmodell einer Kompressionskältemaschine detailliert hergeleitet. Dabei handelt es sich um einen einstufigen Kältekreislauf mit Niederdrucksammler. Zur Erläuterung der grundlegenden Funktionsweise sei auf die Beschreibung des Kaltdampfprozesses in Lehrbüchern wie Weigand u. a. (2010) verwiesen.

In Abbildung 2.1 ist das betrachtete System mit allen modellierten Komponenten dargestellt. In Abschnitt 2.1 werden zunächst einige allgemeine thermodynamische Zusammenhänge beschrieben, die in den folgenden Abschnitten wiederholt gebraucht werden. In den Abschnitten 2.2 bis 2.5 werden für jede der Komponenten getrennt die geltenden Modellgleichungen hergeleitet. Der besseren Lesbarkeit wegen wird innerhalb der Abschnitte auf Komponenten bezogene Indizes der Variablen verzichtet. Im abschließenden Abschnitt 2.7 werden bei der Beschreibung des Gesamtgleichungssystems entsprechende Indizes eingeführt. Die geltende Nomenklatur ist in Anhang D aufgeführt. Eine auf numerische Optimierungsrechnungen maßgeschneiderte Methode zur Bereitstellung von Kältemittelstoffdaten wird in Abschnitt 2.6 beschrieben.

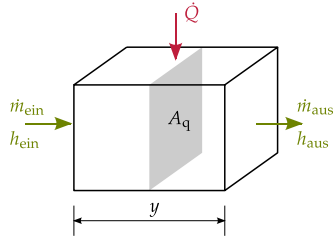


Abbildung 2.2.: Allgemeines Kontrollvolumen für das Kältemittel.

2.1. Allgemeine Bilanzgleichungen und thermodynamische Zusammenhänge

Basis für die im Folgenden beschriebenen Modelle sind dynamische Bilanzgleichungen für Masse und Energie einer Kältemittelströmung. In Abbildung 2.2 ist das betrachtete Kontrollvolumen mit den über die Systemgrenzen fließenden Strömen skizziert.

Massenbilanz

Für das Kontrollvolumen kann die Massenbilanz als

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}} \quad (2.1)$$

geschrieben werden. Die Masse innerhalb eines Volumens folgt aus

$$m = \rho A_q y, \quad (2.2)$$

wobei y die Länge des Kontrollvolumens und A_q die konstante Querschnittsfläche in Strömungsrichtung bezeichnet.

Die Dichte kann als Funktion von Druck und spezifischer Enthalpie ausgedrückt werden. Daraus folgt für das totale Differential

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_h \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_p \frac{dh}{dt}. \quad (2.3)$$

Und schließlich erhalten wir die zweite Form der Massenbilanz

$$\left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_h \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_p \frac{dh}{dt} \right] A_q y + \frac{dy}{dt} \rho A_q = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}}. \quad (2.4)$$

Energiebilanz

Vernachlässigt man die Änderungen der kinetischen und potenziellen Energie ergibt sich die Energiebilanz (Weigand u. a., 2010) in Enthalpieschreibweise zu

$$\frac{dH}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}} h_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}} h_{\text{aus}} + \dot{Q} + \frac{dp}{dt} A_q y. \quad (2.5)$$

Mit $H = mh$ und Gleichung (2.1) folgt die alternative Formulierung der Energiebilanz

$$m \frac{dh}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}} (h_{\text{ein}} - h) - \dot{m}_{\text{aus}} (h_{\text{aus}} - h) + \dot{Q} + \frac{dp}{dt} A_q y. \quad (2.6)$$

Ableitungen entlang der Sättigungslinien

In den nachfolgenden Herleitungen treten an mehreren Stellen Ableitungen von thermodynamischen Zustandsgrößen entlang der Siede- und Tauline auf. Diese Größen können entsprechend der folgenden Herleitung aus in der Regel bekannten Stoffeigenschaften berechnet werden. Als Beispiel berechnen wir die Dichte des gesättigten Dampfes ρ^g entlang der Tauline. Das gleiche Prinzip kann auf alle anderen thermodynamischen Zustandsgrößen übertragen werden. Im Allgemeinen kann die Dichte als Funktion von Druck und Temperatur ausgedrückt werden. Auf der Tauline ist allerdings die Temperatur selbst nicht unabhängig, sondern eine Funktion des Drucks. Mit der gegebenen Dampfdruckkurve $T^s(p)$ gilt also

$$\rho^g = \rho(p, T^s(p)). \quad (2.7)$$

Die gewünschte Ableitung entlang der Taulinie gibt an, wie sich die Dichte des gesättigten Dampfes mit dem Druck ändert. Wir leiten also Gleichung (2.7) nach dem Druck ab

$$\frac{d\rho^g}{dp} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \frac{dT^s}{dp}. \quad (2.8)$$

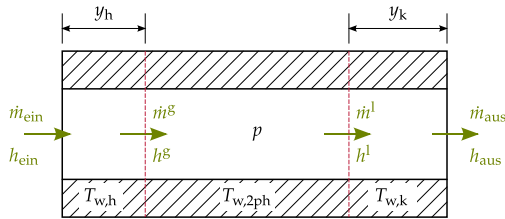


Abbildung 2.3.: Überhitzte, zweiphasige und unterkühlte Zone der Moving Boundary Modellierung des Kondensators.

Die in Gleichung (2.8) auftretenden partiellen Differentiale sowie die Steigung der Dampfdruckkurve sind thermodynamische Zustandsgrößen, die in gängigen Stoffdatenbibliotheken verfügbar sind.

2.2. Moving Boundary Modell des Kondensators

Die Grundannahme bei der Modellierung des Kondensators ist, dass es kältemittelseitig drei klar voneinander getrennte Bereiche gibt. Am Eintritt existiert eine Zone, in der das Kältemittel als überhitztes Gas vorliegt. Daran anschließend folgt eine Zone mit zweiphasigem Kältemittel. Und schließlich folgt am Austritt eine Zone mit unterkühlter Flüssigkeit. Die Grenzen zwischen diesen Zonen sind zeitlich nicht konstant, sondern verändern sich dynamisch. Daher stammt auch der Name dieses Modellierungsansatzes *Moving Boundary*. Eine deutsche Bezeichnung ist nicht üblich, da es hierzu fast ausschließlich englische Literatur gibt.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Zonengrenzen bewegen, folgt aus der Kombination der Bilanzgleichungen für alle drei Zonen, die in den folgenden Abschnitten hergeleitet werden. In Abbildung 2.3 sind die drei Kontrollvolumen skizziert. Die Wärmeübertragerrand wird analog in drei Zonen eingeteilt. Eine weitere Modellannahme ist, dass der Druck p über den gesamten Kondensator örtlich konstant ist. Das bedeutet, es werden keine Druckverluste berücksichtigt.

Bilanzgleichungen für die einphasigen Zonen

Um den Diskretisierungsfehler zu verringern, wird für die einphasigen Zonen ein linearer örtlicher Verlauf der spezifischen Enthalpie angenommen.

Damit kann die über das Kontrollvolumen gemittelte spezifische Enthalpie für die überhitzte Zone mit

$$h_h = \frac{h^g + h_{\text{ein}}}{2} \quad (2.9)$$

und für die unterkühlte Zone mit

$$h_k = \frac{h^l + h_{\text{aus}}}{2} \quad (2.10)$$

berechnet werden. Mit diesen mittleren Enthalpien werden alle benötigten Stoffdaten bestimmt.

Die Massenbilanz der Form (2.4) ergibt sich für die überhitzte Zone zu

$$\left[\left(\frac{\partial \rho_h}{\partial p} \right)_h \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho_h}{\partial h_h} \right)_p \frac{dh_h}{dt} \right] A_q y_h + \frac{dy_h}{dt} \rho_h A_q = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}^g. \quad (2.11)$$

Um das totale Differential der mittleren Enthalpie zu bestimmen, muss Gleichung (2.9) differenziert werden. Mit der Gegebenheit, dass Sättigungsgrößen für Reinstoffe nur vom Druck abhängen, folgt

$$\frac{dh_h}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{dh^g}{dp} \frac{dp}{dt} + \frac{dh_{\text{ein}}}{dt} \right), \quad (2.12)$$

und wir können Gleichung (2.11) schreiben als

$$\begin{aligned} & \frac{dy_h}{dt} A_q \rho_h \\ & + \frac{dp}{dt} A_q y_h \left[\left(\frac{\partial \rho_h}{\partial p} \right)_h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_h}{\partial h_h} \right)_p \frac{dh^g}{dp} \right] \\ & + \frac{dh_{\text{ein}}}{dt} A_q y_h \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_h}{\partial h_h} \right)_p \\ & = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}^g. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Mit ähnlichen Überlegungen gelangt man auch zur Massenbilanz der unterkühlten Zone

$$\begin{aligned}
& \frac{dy_k}{dt} A_q \rho_k \\
& + \frac{dp}{dt} A_q y_k \left[\left(\frac{\partial \rho_k}{\partial p} \right)_h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial h_k} \right)_p \frac{dh^l}{dp} \right] \\
& + \frac{dh_{\text{aus}}}{dt} A_q y_k \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial h_k} \right)_p \\
& = \dot{m}^l - \dot{m}_{\text{aus}}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Die Energiebilanzen ergeben sich nach Gleichung (2.6) zu

$$m_h \frac{dh_h}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}} (h_{\text{ein}} - h_h) - \dot{m}^g (h^g - h_h) + \dot{Q}_h + \frac{dp}{dt} A_q y_h \tag{2.15}$$

und

$$m_k \frac{dh_k}{dt} = \dot{m}^l (h^l - h_k) - \dot{m}_{\text{aus}} (h_{\text{aus}} - h_k) + \dot{Q}_k + \frac{dp}{dt} A_q y_k. \tag{2.16}$$

Bilanzgleichungen für die zweiphasige Zone

Bei fester Gesamtlänge L des Kondensators ist die Zonenlänge $y_{2\text{ph}}$ der zweiphasigen Zone gegeben durch

$$y_{2\text{ph}} = L - y_h - y_k. \tag{2.17}$$

Die zeitliche Ableitung folgt unmittelbar als

$$\frac{dy_{2\text{ph}}}{dt} = -\frac{dy_h}{dt} - \frac{dy_k}{dt}. \tag{2.18}$$

Eine entscheidende Größe für die Beschreibung der zweiphasigen Kältemittelströmung ist der volumetrische Dampfgehalt ε , der definiert ist durch

$$\varepsilon = \frac{V^g}{V^g + V^l}. \tag{2.19}$$

Wobei V^g das Volumen des gasförmigen Kältemittels und V^l das des flüssigen Kältemittels innerhalb eines Kontrollvolumens ist. Mit dieser Definition kann die Kältemittelgesamtmasse in der zweiphasigen Zone aus den Sättigungsdichten von Dampf und Flüssigkeit berechnet werden

$$m_{2ph} = A_q y_{2ph} \left[\varepsilon \rho^g + (1 - \varepsilon) \rho^l \right]. \quad (2.20)$$

Differenziert man Gleichung (2.20) und setzt sie in Gleichung (2.1) ein, gelangt man zur Massenbilanz

$$\begin{aligned} & \frac{dy_{2ph}}{dt} A_q \left[\varepsilon \rho^g + (1 - \varepsilon) \rho^l \right] \\ & + y_{2ph} A_q \left[\frac{d\varepsilon}{dt} (\rho^g - \rho^l) + \varepsilon \frac{d\rho^g}{dp} \frac{dp}{dt} + (1 - \varepsilon) \frac{d\rho^l}{dp} \frac{dp}{dt} \right] \\ & = \dot{m}^g - \dot{m}^l. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Analog zur Masse in Gleichung (2.20) können wir auch die Gesamtenthalpie als gewichtete Summe der Enthalpien von Dampf- und Flüssigphase ausdrücken

$$H_{2ph} = y_{2ph} A_q \left[\varepsilon \rho^g h^g + (1 - \varepsilon) \rho^l h^l \right]. \quad (2.22)$$

Um zur finalen Form der Energiebilanz für die zweiphasige Zone zu gelangen, wird Gleichung (2.22) differenziert und in die allgemeine Energiebilanz (2.5) eingesetzt. Es folgt

$$\begin{aligned} & \frac{dy_{2ph}}{dt} A_q \left[\varepsilon \rho^g h^g + (1 - \varepsilon) \rho^l h^l \right] \\ & + y_{2ph} A_q \left[\frac{d\varepsilon}{dt} (\rho^g h^g - \rho^l h^l) + \varepsilon \frac{d(\rho^g h^g)}{dp} \frac{dp}{dt} + (1 - \varepsilon) \frac{d(\rho^l h^l)}{dp} \frac{dp}{dt} \right] \\ & = \dot{m}^g h^g - \dot{m}^l h^l + \dot{Q}_{2ph} + \frac{dp}{dt} A_q y_{2ph}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Volumetrischer Dampfgehalt

Um das Gleichungssystem der zweiphasigen Zone zu vervollständigen, fehlt noch eine Gleichung für den volumetrischen Dampfgehalt ε . Beim Durchströmen des Kondensators ist der Dampfgehalt nicht konstant, sondern ändert sich stark. Schließlich tritt in die zweiphasige Zone gesättigter Dampf ein und verlässt diese wieder als kondensierte Flüssigkeit. Der Gesamtdampfgehalt kann durch Integration des lokalen volumetrischen Dampfgehalts ε' über der Ortskoordinate in Strömungsrichtung \tilde{y} berechnet werden

$$\varepsilon = \frac{1}{y_{2ph}} \int_0^{y_{2ph}} \varepsilon'(\tilde{y}) d\tilde{y}. \quad (2.24)$$

Es existieren eine Vielzahl von Modellen um den lokalen Dampfgehalt einer Zweiphasenströmung zu beschreiben. Eine ausgezeichnete Einführung in dieses Thema ist in Thome (2009) zu finden. In dieser Arbeit wird ausschließlich das weit verbreitete Modell von Zivi (1964) verwendet

$$\varepsilon'(\tilde{y}) = \frac{1}{1 + \frac{1-x(\tilde{y})}{x(\tilde{y})} \left(\frac{\rho^g}{\rho^l} \right)^{2/3}}, \quad (2.25)$$

wobei x der lokale Dampfmassengehalt ist. Ein Vorteil dieses Modells ist, dass es analytisch integrierbar ist, was in der folgenden Herleitung ausgenutzt wird. Der besseren Lesbarkeit wegen definieren wir das Verhältnis der Sättigungsdichten als $\theta := \rho^g/\rho^l$. Da der Druck entlang der Strömungsrichtung konstant ist, gilt dies auch für θ . Für den lokalen Dampfmassengehalt nehmen wir einen linearen Verlauf zwischen Eintritt und Austritt der Zweiphasenzone von 1 nach 0 an und integrieren über diesen Bereich. Dieser lineare Verlauf entspricht einer örtlich konstanten Wärmestromdichte. Aus Gleichung (2.24) folgt

$$\varepsilon = \frac{\theta^{2/3} \left(\frac{2}{3} \ln \theta - 1 \right) + 1}{(1 - \theta^{2/3})^2}. \quad (2.26)$$

Für die Massen- und Energiebilanz der zweiphasigen Zone wird außerdem die zeitliche Ableitung von ε benötigt. Bei Anwendung der Kettenregel ergibt sich

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon}{d\theta} \frac{d\theta}{dp} \frac{dp}{dt}. \quad (2.27)$$

Durch Differenzieren von Gleichung (2.26) kann $d\varepsilon/d\theta$ bestimmt werden. Die Ableitung des Sättigungsdichteverhältnis $d\theta/dp$ kann wie in Abschnitt 2.1 beschrieben aus bekannten Stoffdaten hergeleitet werden.

Bilanzgleichungen für die Wärmeübertragerwand

Das Wandmaterial des Kondensators – in den Abbildungen 2.3 und 2.4 schraffiert dargestellt – wird ebenfalls in drei Kontrollvolumen unterteilt. Es wird angenommen, dass die Dichte ρ_w und spezifische Wärmekapazität c_w konstant sind, und die Wandtemperaturen in den einzelnen Zonen werden als örtlich konstant angenommen. Die Bewegung der Zonengrenzen kann als Enthalpiestrom über die Grenzen der Kontrollvolumen interpretiert werden. Somit ergibt sich die Energiebilanz einer Wandzone nach Gleichung (2.6) zu

$$m_w \frac{dh_w}{dt} = \dot{m}_{w,\text{ein}}(h_{w,\text{ein}} - h_w) - \dot{m}_{w,\text{aus}}(h_{w,\text{aus}} - h_w) - \dot{Q} + \dot{Q}_{\text{sf}}. \quad (2.28)$$

Der Wärmestrom \dot{Q} entspricht dem inneren Wärmestrom zwischen Kältemittel und Wand, während \dot{Q}_{sf} den äußeren Wärmestrom zwischen Wand und Sekundärfluid bezeichnet. Mit den oben getroffenen Annahmen kann die spezifische Enthalpie als

$$h_w = c_w(T_w - T_{\text{ref}}) \quad (2.29)$$

ausgedrückt werden. Aus den Gleichungen (2.28) und (2.29) folgt

$$m_w c_w \frac{dT_w}{dt} = \dot{m}_{w,\text{ein}} c_w (T_{w,\text{ein}} - T_w) - \dot{m}_{w,\text{aus}} c_w (T_{w,\text{aus}} - T_w) - \dot{Q} + \dot{Q}_{\text{sf}}. \quad (2.30)$$

Die Massenströme an den Zonengrenzen lassen sich mit der konstanten Wandquerschnittsfläche $A_{q,w}$ und \tilde{y}_i als der Ortskoordinate der Grenze i ausdrücken

$$\dot{m}_i = \frac{d\tilde{y}_i}{dt} \rho_w A_{q,w}. \quad (2.31)$$

Die Temperaturen an den Zonengrenzen werden als Mittelwert der benachbarten Zonentemperaturen angenommen. Es folgt für die Energiebilanzen der überhitzten Zone

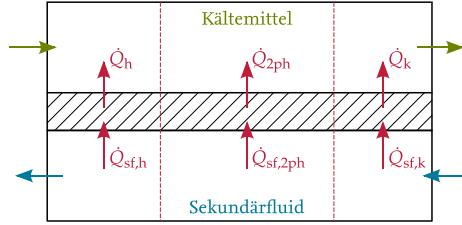


Abbildung 2.4.: Kontrollvolumen und Wärmeströme des Kondensatormodells.

$$\rho_w y_h A_{q,w} c_w \frac{dT_{w,h}}{dt} = \frac{dy_h}{dt} \rho_w A_{q,w} c_w \left(\frac{T_{w,h} + T_{w,2ph}}{2} - T_{w,h} \right) - \dot{Q}_h + \dot{Q}_{sf,h}, \quad (2.32)$$

der zweiphasigen Zone

$$\begin{aligned} \rho_w y_{2ph} A_{q,w} c_w \frac{dT_{w,2ph}}{dt} = & -\frac{dy_h}{dt} \rho_w A_{q,w} c_w \left(\frac{T_{w,h} + T_{w,2ph}}{2} - T_{w,2ph} \right) \\ & -\frac{dy_k}{dt} \rho_w A_{q,w} c_w \left(\frac{T_{w,k} + T_{w,2ph}}{2} - T_{w,2ph} \right) \\ & -\dot{Q}_{2ph} + \dot{Q}_{sf,2ph}, \end{aligned} \quad (2.33)$$

und der unterkühlten Zone

$$\rho_w y_k A_{q,w} c_w \frac{dT_{w,k}}{dt} = \frac{dy_k}{dt} \rho_w A_{q,w} c_w \left(\frac{T_{w,k} + T_{w,2ph}}{2} - T_{w,k} \right) - \dot{Q}_k + \dot{Q}_{sf,k}. \quad (2.34)$$

Bilanzgleichungen für das Sekundärfluid

In Abbildung 2.4 sind die betrachteten Kontrollvolumen sowie alle auftretenden Wärmeströme des Moving Boundary Modells dargestellt.

Für das Wärme aufnehmende einphasige Sekundärfluid nehmen wir an, dass der Druck örtlich und zeitlich konstant ist. Damit folgt unmittelbar aus Gleichung (2.6) die Grundform der Energiebilanz für eine Sekundärfluidzone

$$(mc_p)_{sf} \frac{dT_{sf}}{dt} = \dot{m}_{sf,ein} (h_{sf,ein} - h_{sf}) - \dot{m}_{sf,aus} (h_{sf,aus} - h_{sf}) - \dot{Q}_{sf}. \quad (2.35)$$

Weiterhin nehmen wir an, dass der ausströmende Massenstrom die mittlere Temperatur des Kontrollvolumens und damit die Enthalpie $h_{sf,aus} = h_{sf}$ besitzt. Somit ergeben sich die Energiebilanzen für die drei Zonen bei Gegenstrom-Betriebsweise zu

$$y_k A_{q,sf} (\rho c_p)_{sf,k} \frac{dT_{sf,k}}{dt} = \dot{m}_{sf,ein} (h_{sf,ein} - h_{sf,k}) + \dot{Q}_{sf,k}, \quad (2.36)$$

$$y_{2ph} A_{q,sf} (\rho c_p)_{sf,2ph} \frac{dT_{sf,2ph}}{dt} = \dot{m}_{sf,12} (h_{sf,k} - h_{sf,2ph}) + \dot{Q}_{sf,2ph}, \quad (2.37)$$

$$y_h A_{q,sf} (\rho c_p)_{sf,h} \frac{dT_{sf,h}}{dt} = \dot{m}_{sf,23} (h_{sf,2ph} - h_{sf,h}) + \dot{Q}_{sf,h}. \quad (2.38)$$

Dabei bezeichnen $\dot{m}_{sf,12}$ und $\dot{m}_{sf,23}$ die beiden internen Massenströme zwischen der zweiphasigen Zone und den einphasigen Zonen. Unter Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung des Fluides können diese direkt aus den Massenbilanzen bestimmt werden. Zum einen gilt die Gesamtmassenbilanz

$$\dot{m}_{sf,ein} = \dot{m}_{sf,aus}. \quad (2.39)$$

Zum anderen folgt aus den Massenbilanzen um die einphasigen Zonen

$$\dot{m}_{sf,12} = \dot{m}_{sf,ein} - \rho_{sf,k} A_{q,sf} \frac{dy_k}{dt}, \quad (2.40)$$

$$\dot{m}_{sf,23} = \dot{m}_{sf,aus} + \rho_{sf,h} A_{q,sf} \frac{dy_h}{dt}. \quad (2.41)$$

Berechnung der Wärmeströme

Um das Kondensatormodell zu vervollständigen fehlen nun nur noch Gleichungen für die eingeführten Wärmeströme. Der Wärmeübergang zwischen Kältemittel und Wand in den drei Zonen ist stark unterschiedlich. So ist der Wärmeübergang bei zweiphasigem kondensierenden Kältemittel deutlich besser als bei überhitztem gasförmigen Kältemittel. Daher werden für alle drei Zonen kältemittelseitig eigene konstante Wärmeübergangskoeffizienten α eingeführt. Die Wärmeströme ergeben sich mit der längenspezifischen Wärmeübertragungsfläche $A' := A/L$ des Kondensators zu

$$\dot{Q}_h = \alpha_h y_h A' (T_{w,h} - T_h), \quad (2.42)$$

$$\dot{Q}_{2ph} = \alpha_{2ph} y_{2ph} A' (T_{w,2ph} - T_{2ph}), \quad (2.43)$$

$$\dot{Q}_k = \bar{\alpha}_k y_k A' (T_{w,k} - T_{2ph}). \quad (2.44)$$

Wie man an Gleichung (2.44) erkennt, wird der Wärmestrom in der unterkühlten Zone im Gegensatz zu üblichen Moving Boundary Modellen nicht mit der gemittelten Temperatur T_k berechnet. Bei größeren Werten für y_k hat der konventionelle Ansatz nämlich den Nachteil, dass der Wärmestrom deutlich überschätzt wird. Daraus resultiert, dass die Austrittstemperatur am Kondensator unter der Wandtemperatur und sogar unter der Eintrittstemperatur des Sekundärfluides liegen kann. Um diese physikalisch unmöglichen Ergebnisse zu verhindern, wird für die unterkühlte Zone ein anderer Ansatz gewählt.

Wie in Anhang A beschrieben, kann der Wärmestrom aus der Eintrittstemperaturdifferenz berechnet werden, wenn man die Wärmekapazität c_p sowie den lokalen Wärmeübergangskoeffizient α als örtlich konstant annimmt und Quasistationarität voraussetzt. Alternativ kann dieser Ansatz auch interpretiert werden als die Annahme eines exponentiellen Temperaturverlaufs des einphasigen Fluides und einer örtlich konstanten Wandtemperatur. Für den resultierenden scheinbaren Wärmeübergangskoeffizient in Gleichung (2.44) gilt

$$\bar{\alpha}_k = \frac{\dot{m}_{aus} c_{p,k}}{y_k A'} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_k y_k A'}{\dot{m}_{aus} c_{p,k}}} \right). \quad (2.45)$$

Um den Diskretisierungsfehler möglichst gering zu halten, wird auf der Sekundärseite für den Wärmeübergang zwischen Wand und einphasigem Sekundärfluid der gleiche Ansatz gewählt. Mit dem konstanten Wärmeübergangskoeffizienten α_{sf} folgt

$$\dot{Q}_{sf,k} = (\bar{\alpha} A)_{sf,k} (T_{sf,ein} - T_{w,k}), \quad (2.46)$$

$$\dot{Q}_{sf,2ph} = (\bar{\alpha} A)_{sf,2ph} (T_{sf,k} - T_{w,2ph}), \quad (2.47)$$

$$\dot{Q}_{sf,h} = (\bar{\alpha} A)_{sf,h} (T_{sf,2ph} - T_{w,h}), \quad (2.48)$$

mit

$$(\bar{\alpha}A)_{\text{sf,k}} = \dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_{\text{sf}} y_{\text{k}} A'}{\dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}}}} \right), \quad (2.49)$$

$$(\bar{\alpha}A)_{\text{sf,2ph}} = \dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_{\text{sf}} y_{\text{2ph}} A'}{\dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}}}} \right), \quad (2.50)$$

$$(\bar{\alpha}A)_{\text{sf,h}} = \dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_{\text{sf}} y_{\text{h}} A'}{\dot{m}_{\text{sf,ein}} c_{p,\text{sf}}}} \right). \quad (2.51)$$

2.3. Niederdrucksammler und Verdampfer

Sowohl im Niederdrucksammler als auch im Verdampfer liegt das Kältemittel in der Regel zweiphasig vor. Bei der Vernachlässigung von Druckverlusten bedeutet das eine örtlich konstante Temperatur des Kältemittels. Daher können beide Komponenten ohne zu großen Genauigkeitsverlust kältemittelseitig in einem Bilanzraum mit konstantem Volumen V zusammengefasst werden.

Bilanzgleichungen für das Kältemittel

Druckverluste werden vernachlässigt und es folgt die Massenbilanz für das Kältemittel nach Gleichung (2.4)

$$\left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_h \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_p \frac{dh}{dt} \right] V = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}}. \quad (2.52)$$

Eine wesentliche Aufgabe des Sammlers ist es, die gasförmige von der flüssigen Phase zu trennen und dadurch den Verdichter vor Flüssigkeitstropfen zu schützen. Diese Abscheidefunktion bedeutet, dass das Kältemittel den Sammler immer als gesättigten Dampf verlässt

$$h_{\text{aus}} = h^g. \quad (2.53)$$

Voraussetzung für die Funktionsfähigkeit der Flüssigkeitsabscheidung ist, dass das im Sammler gespeicherte Kältemittel zweiphasig vorliegt, also der Sammler weder leer noch

voll gelaufen ist. In dem hier hergeleiteten Modell wird angenommen, dass diese Voraussetzung immer erfüllt ist. Ein detaillierteres Modell mit Berücksichtigung der Einflüsse des Füllstands auf das Abscheideverhalten ist in Bockholt u. Tegethoff (2008) zu finden.

Mit Gleichung (2.53) lässt sich die Energiebilanz des Kontrollvolumens nach Gleichung (2.6) formulieren als

$$\rho V \frac{dh}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}}(h_{\text{ein}} - h) - \dot{m}_{\text{aus}}(h^g - h) + \dot{Q} + \frac{dp}{dt}V. \quad (2.54)$$

Energiebilanz für die Wärmeübertragerwand

Die Energiebilanz für die Metallmasse des Wärmeübertragers ergeben sich bei einer als konstant angenommenen Wärmekapazität C_w zu

$$C_w \frac{dT_w}{dt} = \dot{Q}_{\text{sf}} - \dot{Q}. \quad (2.55)$$

Bilanzgleichungen für das Sekundärfluid

Für das Sekundärfluid des Verdampfers gelten die gleichen Annahmen wie für das Sekundärfluid des Kondensators.

Aus Gleichung (2.35) und mit $h_{\text{sf,aus}} = h_{\text{sf}}$ folgt die Energiebilanz zu

$$m_{\text{sf}} c_{p,\text{sf}} \frac{dT_{\text{sf}}}{dt} = \dot{m}_{\text{sf,ein}} (h_{\text{sf,ein}} - h_{\text{sf}}) - \dot{Q}_{\text{sf}}. \quad (2.56)$$

Unter Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung und Annahme eines konstanten Drucks vereinfacht sich die Massenbilanz (2.4) zu

$$\dot{m}_{\text{sf,ein}} = \dot{m}_{\text{sf,aus}}. \quad (2.57)$$

Berechnung der Wärmeströme

Im Verdampfer wird der interne Wärmestrom von der Wand zum Kältemittel mit einem konstanten Wärmeübergangskoeffizienten α bestimmt

$$\dot{Q} = \alpha A (T_w - T). \quad (2.58)$$

Der Wärmestrom zwischen Sekundärfluid und Wand wird mit dem in Anhang A beschriebenen Ansatz aus einem scheinbaren Wärmeübergangskoeffizienten $\bar{\alpha}_{sf}$ und der Eintrittstemperaturdifferenz berechnet. Es gilt

$$\dot{Q}_{sf,ein} = \bar{\alpha}_{sf} A (T_{sf} - T_w), \quad (2.59)$$

mit

$$\bar{\alpha}_{sf} A = \dot{m}_{sf,ein} c_{p,sf} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_{sf} A}{\dot{m}_{sf,ein} c_{p,sf}}} \right). \quad (2.60)$$

Dabei wird der Wärmeübergangskoeffizient α_{sf} ebenfalls als konstant angenommen.

2.4. Expansionsventil

Am Eintritt des Expansionsventils liegt das Kältemittel als unterkühlte Flüssigkeit vor. Vorausgesetzt es findet noch keine Verdampfung von Kältemittel an der Drosselstelle statt, lässt sich der aus der Druckdifferenz resultierende Massenstrom näherungsweise über die Bernoulli Gleichung für inkompressible Flüssigkeiten beschreiben

$$\dot{m} = A_{eff} \sqrt{2\rho_{ein} (p_{ein} - p_{aus})}. \quad (2.61)$$

Dabei ist die effektive Fläche A_{eff} der engste Querschnitt innerhalb der Strömung. Durch Effekte wie Strömungseinschnürung ist der effektive Querschnitt geringer als der tatsächliche geometrische Öffnungsquerschnitt innerhalb des Ventils. Nähere Details über die Modellierung von Expansionsventilen sind zum Beispiel in Liang u. a. (2009) zu finden.

Mit der Definition des Öffnungsgrades als Eingangsgröße des Modells, lässt sich die effektive Fläche aus den konstanten Modellparametern minimale Fläche $A_{eff,0}$ und maximale Fläche $A_{eff,1}$ bestimmen

$$u_{\text{exv}} := \frac{A_{\text{eff}} - A_{\text{eff},0}}{A_{\text{eff},1} - A_{\text{eff},0}}. \quad (2.62)$$

Aus der quasistationären Massen- und Energiebilanz folgt außerdem

$$h_{\text{ein}} = h_{\text{aus}}. \quad (2.63)$$

2.5. Verdichter

In dem in dieser Arbeit untersuchten Kältekreislauf wird ein elektrischer Scrollverdichter eingesetzt, wie er im Automobilbereich verwendet wird. Wichtige Ziele bei der Modellierung des Verdichters sind eine hohe Rechengeschwindigkeit und einfache Parametrisierung bei der Anpassung auf Messdaten.

Das zweite Ziel, die einfache Parametrisierung, wird durch einen verlustbasierten Modellierungsansatz erreicht. Ausgehend von einem idealen Prozess – der isentropen Verdichtung – werden verschiedene Verlustmechanismen berücksichtigt und über physikalische Gleichungen beschrieben. Im Gegensatz zur weit verbreiteten Modellierung über vorgegebene Wirkungsgrade, wie zum Beispiel in Duprez u. a. (2007) oder Negrão u. a. (2011) beschrieben, bietet dieser Ansatz eine in der Regel deutlich bessere Extrapolationsfähigkeit bei einer geringeren Anzahl an Parametern. Die Wirkungsgrade sind keine benötigten Eingänge des Modells, sondern vielmehr ein Ergebnis.

Die modellierten Verluste sind im Einzelnen

- Elektrischer Verlust im E-Motor
- Druckabfall auf der Saugseite
- Interne Leckage
- Mechanische Reibung

Der grundlegende verlustbasierte Modellierungsansatz stammt aus Arbeiten von Schedel u. a. (2013). Um das eingangs erwähnte Ziel der geringen Rechenzeit zu erreichen, werden in dieser Arbeit leicht veränderte Formulierungen verwendet. Der Vorteil dieser veränderten Formulierungen besteht darin, dass das Verdichtermodell bei Vorgabe von Drehzahl, Eintrittsdruck, Austrittsdruck und Eintrittsenthalpie vollständig explizit ist. Es müssen keine impliziten algebraischen Gleichungen gelöst werden.

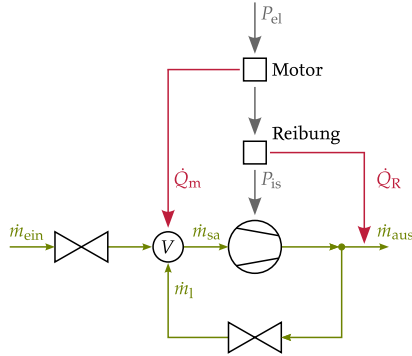


Abbildung 2.5.: Prinzipskizze des Verdichtermodells mit Energie- und Massenströmen. Eine idealisierte isentrope Verdichtung wird durch verschiedene Verlustmechanismen ergänzt.

In Abbildung 2.5 ist die Prinzipskizze des Verdichtermodells mit allen berücksichtigten Energie- und Massenströmen dargestellt. Um algebraische Schleifen zu vermeiden, wird innerhalb des Verdichters ein Kältemittelvolumen V mit dynamischer Massen- und Energiespeicherung beschrieben – symbolisiert in Abbildung 2.5 durch einen Kreis. Alle anderen Knotenpunkte werden quasistationär behandelt. Ein weiteres in Abbildung 2.5 erkennbares Detail ist die gewählte Einkopplungsstelle des dissipierten Reibungswärmestroms. Durch die Positionierung nach dem Abzweig des internen Leckagemassenstroms wird ebenfalls eine algebraische Schleife vermieden.

Bilanzgleichungen für das Kältemittel

Die Massenbilanz um die Kältemittelverzweigung vor dem Austritt ergibt

$$\dot{m}_{\text{aus}} = \dot{m}_{\text{sa}} - \dot{m}_l. \quad (2.64)$$

Die Energiebilanz um die Einkopplungsstelle der Reibungswärme \dot{Q}_R lautet

$$0 = \dot{m}_{\text{aus}} (h_{\text{aus}} - h_{\text{is}}) + \dot{Q}_R, \quad (2.65)$$

und die um die isentrope Verdichtung

$$0 = \dot{m}_{\text{sa}} (h_{\text{is}} - h_{\text{sa}}) + P_{\text{is}}, \quad (2.66)$$

mit

$$h_{\text{is}} = h(p_{\text{aus}}, s_{\text{sa}}). \quad (2.67)$$

Die Änderungen (Differentialle) der Zustandsgrößen p_{sa} und h_{sa} des saugseitigen Kältemittelvolumens können beschrieben werden mit der dynamischen Massenbilanz nach Gleichung (2.4)

$$\left[\left(\frac{\partial \rho_{\text{sa}}}{\partial p_{\text{sa}}} \right)_h \frac{dp_{\text{sa}}}{dt} + \left(\frac{\partial \rho_{\text{sa}}}{\partial h_{\text{sa}}} \right)_p \frac{dh_{\text{sa}}}{dt} \right] V = \dot{m}_{\text{ein}} + \dot{m}_1 - \dot{m}_{\text{sa}}, \quad (2.68)$$

sowie der dynamischen Energiebilanz nach Gleichung (2.6)

$$\rho_{\text{sa}} V \frac{dh_{\text{sa}}}{dt} = \dot{m}_{\text{ein}} (h_{\text{ein}} - h_{\text{sa}}) + \dot{m}_1 (h_{\text{is}} - h_{\text{sa}}) + \dot{Q}_{\text{m}} + \frac{dp_{\text{sa}}}{dt} V. \quad (2.69)$$

Berechnung der Massenströme

Die Massenströme über die in Abbildung 2.5 als Ventil skizzierten Druckverluste werden über die Bernoulli Gleichung beschrieben. Für den eintretenden Massenstrom gilt

$$\dot{m}_{\text{ein}} = A_{\text{ein}} \sqrt{2\rho_{\text{ein}} (p_{\text{ein}} - p_{\text{sa}})}, \quad (2.70)$$

und für den Leckage Massenstrom

$$\dot{m}_1 = A_1 \sqrt{2\rho_{\text{is}} (p_{\text{aus}} - p_{\text{sa}})}. \quad (2.71)$$

Dabei sind die effektiven Querschnittsflächen A_{ein} und A_1 konstante Modellparameter, mit denen das Modell auf Messdaten angepasst werden kann.

Der von der idealisierten Verdichtung geförderte Massenstrom wird aus der Drehzahl n des Verdichters und dem konstanten Hubvolumen V_{hub} bestimmt

$$\dot{m}_{\text{sa}} = V_{\text{hub}} n \rho_{\text{sa}}. \quad (2.72)$$

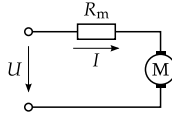


Abbildung 2.6.: Elektrisches Ersatzschaltbild des Verdichtermotors.

Mechanische Reibung

Die mechanische Reibung innerhalb des Verdichters wird über einen mittleren Reibradius r_R beschrieben. Damit und mit der Drehzahl n kann eine mittlere Geschwindigkeit berechnet werden

$$\omega := 2\pi n r_R. \quad (2.73)$$

Mit dem konstanten Reibkoeffizienten a_R und Reibexponenten b_R folgt für die als Wärmestrom dissipierende Reibleistung

$$\dot{Q}_R = a_R \omega^{b_R}. \quad (2.74)$$

Elektrische Verluste

Sämtliche elektrischen Verluste innerhalb des Verdichters werden vereinfacht über einen konstanten elektrischen Innenwiderstand R_m des Elektromotors abgebildet. In Abbildung 2.6 ist das entsprechende Ersatzschaltbild des Elektromotors dargestellt.

Die gesamte aufgenommene elektrische Leistung P_{el} lässt sich mit der Spannung U der Gleichstromquelle und der Stromstärke I berechnen

$$P_{el} = UI. \quad (2.75)$$

Die als Wärmestrom dissipierende Verlustleistung am Innenwiderstand folgt aus

$$\dot{Q}_m = R_m I^2 = R_m \left(\frac{P_{el}}{U} \right)^2. \quad (2.76)$$

Außerdem gilt die stationäre Energiebilanz um die Antriebseinheit des Verdichters mit

$$0 = P_{\text{el}} - \dot{Q}_{\text{m}} - P_{\text{is}} - \dot{Q}_{\text{R}}. \quad (2.77)$$

Gleichung (2.76) in (2.77) eingesetzt ergibt eine quadratische Gleichung, die nach P_{el} aufgelöst werden kann

$$P_{\text{el}} = \frac{U}{2R_{\text{m}}} \left(U - \sqrt{U^2 - 4R_{\text{m}} (\dot{Q}_{\text{R}} + P_{\text{is}})} \right). \quad (2.78)$$

Durch diese Umformung kann P_{el} explizit aus bekannten Größen berechnet werden.

2.6. Stoffdatenberechnung mit bikubischer Spline-Interpolation

Die oben hergeleiteten Gleichungen beinhalten zahlreiche thermodynamische Stoffdaten des Kältemittels. Wie in Kapitel 1 beschrieben, sind herkömmliche Stoffdatenberechnungsmethoden nicht für die effiziente Lösung von Optimierungsproblemen geeignet. Daher wird im Folgenden eine neue Berechnungsmethode vorgestellt, die sowohl eine geringe Rechenzeit als auch stetig differenzierbare Funktionen liefert.

Ähnlich wie in Kunick u. a. (2008) beruht die Methode auf Spline-Interpolation, allerdings mit erhöhter Ordnung der Polynome: bikubisch statt biquadratisch. Bezogen auf zwei unabhängige thermodynamische Zustandsgrößen wird ein zweidimensionales äquidistantes Gitter definiert. Sämtliche benötigten Stoffdaten werden an den Schnittpunkten des Gitters aus einer hochgenauen Fundamentalgleichung bestimmt (Lemmon u. a., 2010). Innerhalb einer Gitterzelle werden die Stoffdaten mit einem zweidimensionalen kubischen Polynom der Form

$$\tilde{z}(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j \quad (2.79)$$

interpoliert. Dabei bezeichnen \tilde{z} die durch Interpolation berechnete Näherung der Größe z und a_{ij} die konstanten Koeffizienten des Polynoms. x und y sind die innerhalb einer Gitterzelle auf $[0, 1]$ normierten Interpolationskoordinaten.

Die Koeffizienten dieser Polynome ergeben sich aus einem großen linearen Gleichungssystem, das unter anderem die folgenden Forderungen enthält:

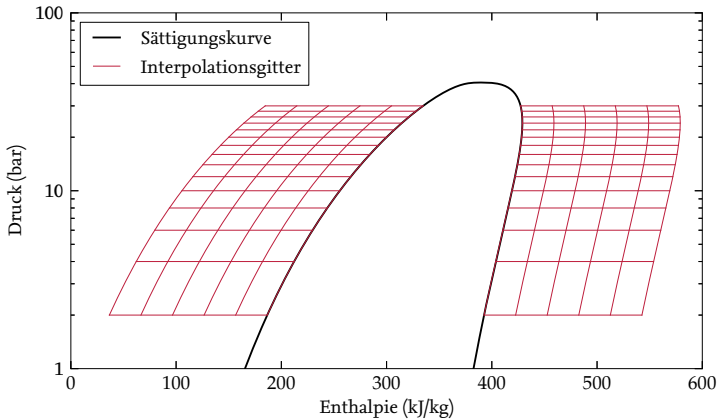


Abbildung 2.7: ph -Zustandsdiagramm des Kältemittels R134a mit schematischer Darstellung des Interpolationsgitters.

- Die Funktionswerte an den Gitterpunkten sind vorgeben.
- Die ersten partiellen Differentiale in beiden Richtungen $\frac{\partial \tilde{z}}{\partial x}$ und $\frac{\partial \tilde{z}}{\partial y}$ sind an den Gitterpunkten stetig.
- Das zweite partielle Differential in gemischter Richtung $\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial x \partial y}$ ist an den Gitterpunkten stetig.
- $\frac{\partial \tilde{z}}{\partial x}$ ist an den Randpunkten des Gitters parallel zur y -Achse vorgegeben.
- $\frac{\partial \tilde{z}}{\partial y}$ ist an den Randpunkten des Gitters parallel zur x -Achse vorgegeben.
- $\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial x \partial y}$ ist an den Eckpunkten des Gitters vorgegeben.

Diese Gleichungen sind in den meisten Algorithmen zur bikubischen Spline-Interpolationen enthalten. Allerdings fehlen noch Gleichungen um das Gleichungssystem zu vervollständigen. Der in Press u. a. (2007) beschriebene Algorithmus wählt diese zusätzlichen Gleichungen in einer Weise, so dass das Gleichungssystem effektiv zu lösen ist. Die resultierende Gesamtfläche ist aber in der Regel nur einfach stetig differenzierbar. Späth (1995) beschreibt ein Gleichungssystem, das die zweifach stetige Differenzierbarkeit über das gesamte Interpolationsgebiet garantiert. Dieser Ansatz wird auch in dieser Arbeit verwendet.

Die Koeffizienten werden einmalig bestimmt und in dem Stoffdatenberechnungsprogramm hinterlegt. Bei der Funktionsauswertung muss nun lediglich bestimmt werden, in welcher Gitterzelle der aktuelle Zustand liegt, und eine bikubische Funktion ausgewertet werden. Durch die Wahl eines äquidistanten Gitters ist der erste Schritt trivial und es ergibt sich eine sehr geringe Rechenzeit.

Kunick u. a. (2008) verwenden p und h als unabhängige Variablen und legen ein Gitter über den gesamten Zustandsraum. Das hat in der Nähe des Zweiphasengebiets einen Nachteil. Da die spezifischen Enthalpien von gesättigtem Dampf h^g und gesättigter Flüssigkeit h^l nicht konstant sind, sondern vom Druck abhängen, verlaufen die Sättigungskurven quer durch das Interpolationsgitter. Viele Zustandsgrößen weisen aber an den Sättigungskurven eine Unstetigkeit in der ersten Ableitung (zum Beispiel T) oder sogar im Funktionswert selbst auf (zum Beispiel c_p), wenn sie als Funktion von p und h beschrieben werden. Dieses Verhalten kann nicht mit einer quadratischen oder kubischen Funktion abgebildet werden. Wie Kunick u. a. (2008) mit dieser Problematik umgehen bleibt unklar.

Eine Lösung zur effizienten Behandlung der Sättigungskurven kann durch folgenden Ansatz erreicht werden. Es wird die spezifische Überhitzungsenthalpie h^+ und Unterkühlungsenthalpie h^- definiert als

$$h^+(p, h) := h - h^g(p), \quad (2.80a)$$

$$h^-(p, h) := h - h^l(p). \quad (2.80b)$$

Die Eingangsgrößen für die Stoffdatenberechnung sind weiterhin p und h . Intern findet allerdings zunächst die Variablentransformation

$$(p, h) \rightarrow \begin{cases} (p, h^+) & \text{falls } h \geq h^g \\ (p, h^-) & \text{falls } h \leq h^l \\ (p, h) & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.81)$$

statt. Das bedeutet, es geschieht eine Fallunterscheidung je nachdem, ob sich das Fluid im überhitzten, unterkühlten oder zweiphasigen Bereich befindet. Eine Beschreibung von überkritischen Zuständen ist nicht vorgesehen. Die Spline-Interpolation findet mit den transformierten Variablen statt. In Abbildung 2.7 ist das Interpolationsgitter in die ursprünglichen Variablen (p, h) rücktransformiert dargestellt. Die Sättigungskurve verläuft entlang der Gitterkanten und nicht quer durch einzelne Zellen.

2.7. Resultierendes Gesamtmodell

Aus den oben komponentenweise hergeleiteten Gleichungen kann das Gesamtsystemmodell erstellt werden. Hierfür werden zusätzliche Gleichungen benötigt, die die kältemittelseitigen Verbindungen der einzelnen Komponenten beschreiben, die in Abbildung 2.1 durch Linien dargestellt sind. Beispielhaft sei hier die Verbindung zwischen Kondensatoraustritt und Eintritt des Expansionsventils erwähnt. Es gelten die Gleichungen

$$\dot{m}_{\text{kond,aus}} = \dot{m}_{\text{exv,ein}}, \quad (2.82a)$$

$$p_{\text{kond}} = p_{\text{exv,ein}}, \quad (2.82b)$$

$$h_{\text{kond,aus}} = h_{\text{exv,ein}}. \quad (2.82c)$$

Dabei handelt es sich letztendlich um quasistationäre Bilanzgleichungen der Kältemittelströmung zwischen den verbundenen Komponenten: Massenbilanz (2.82a), Impulsbilanz (2.82b) und Energiebilanz (2.82c).

Stellt man diese Verbindungsgleichungen für das gesamte System auf, erhält man zusammen mit den Komponentengleichungen und den Stoffdatenfunktionen ein System an Differentialgleichungen und impliziten algebraischen Gleichungen. Die impliziten algebraischen Gleichungen entstehen dadurch, dass im Kondensatormodell die zeitliche Ableitung der Eintrittsenthalpie benötigt wird, siehe Gleichung (2.13).

Durch die Einführung eines zusätzlichen Zustands kann die algebraische Schleife aufgebrochen werden. Dazu wird die Verbindung zwischen Verdichter und Kondensator gesondert behandelt. Analog zu den Gleichungen (2.82) gelten Massen- und Impulsbilanz

$$\dot{m}_{\text{komp,aus}} = \dot{m}_{\text{kond,ein}}, \quad (2.83a)$$

$$p_{\text{komp,aus}} = p_{\text{kond}}. \quad (2.83b)$$

Die stationäre Energiebilanz wird allerdings durch eine Differentialgleichung mit der Zeitkonstante τ und dem Zustand $h_{\text{kond,ein}}$ ersetzt

$$\frac{dh_{\text{kond,ein}}}{dt} = \frac{h_{\text{komp,aus}} - h_{\text{kond,ein}}}{\tau}. \quad (2.84)$$

Gleichung (2.84) kann als Verzögerungsglied erster Ordnung für die Enthalpie zwischen Verdichter und Kondensator interpretiert werden. Eine physikalische Motivation für diesen Ansatz wäre die Berücksichtigung der Metallmasse des Verdichters als thermischen Speicher.

Schließlich erhalten wir das Gesamtmodell einer Kompressionskältemaschine als System expliziter gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$\frac{d\mathbf{x}_{\text{kkm}}}{dt}(t) = \mathbf{f}_{\text{kkm}}(\mathbf{x}_{\text{kkm}}(t), \mathbf{u}_{\text{kkm}}(t), \mathbf{d}_{\text{kkm}}). \quad (2.85)$$

Dabei sind alle Zustände der Differentialgleichung im Vektor \mathbf{x}_{kkm} und alle Stellgrößen im Vektor \mathbf{u}_{kkm} zusammengefasst. Störgrößen werden als \mathbf{d}_{kkm} bezeichnet. Es gilt

$$\mathbf{x}_{\text{kkm}} := \begin{pmatrix} y_{\text{kond,h}} \\ y_{\text{kond,k}} \\ p_{\text{kond}} \\ h_{\text{kond,aus}} \\ T_{\text{kond,w,k}} \\ T_{\text{kond,w,h}} \\ T_{\text{kond,w,2ph}} \\ T_{\text{kond,sf,k}} \\ T_{\text{kond,sf,h}} \\ T_{\text{kond,sf,2ph}} \\ h_{\text{kond,ein}} \\ T_{\text{verd,sf}} \\ T_{\text{verd,w}} \\ p_{\text{verd}} \\ h_{\text{verd}} \\ h_{\text{komp,sa}} \\ p_{\text{komp,sa}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\text{kkm}} := \begin{pmatrix} n_{\text{komp}} \\ u_{\text{exv}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_{\text{kkm}} := \begin{pmatrix} T_{\text{kond,sf,ein}} \\ T_{\text{verd,sf,ein}} \\ \dot{V}_{\text{kond,sf}} \\ \dot{V}_{\text{verd,sf}} \end{pmatrix}. \quad (2.86)$$

Eine Parameteranpassung des Systemmodells (2.85) an Messdaten einer realen Kompressionskältemaschine erfolgt in Kapitel 4. Die resultierenden Parameterwerte sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Außerdem werden mit dem Systemmodell Optimierungsprobleme formuliert (Kapitel 6), auf deren Basis der Entwurf einer modellbasierten Regelung erfolgt (Kapitel 8). Das Systemmodell dient dabei auch als virtuelle Regelstrecke für die Simulation von geschlossenen Regelkreisen. Eine weitere Anwendung findet das Systemmodell in Kapitel 7 beim Entwurf eines Beobachters.

3 Modellierung einer Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine

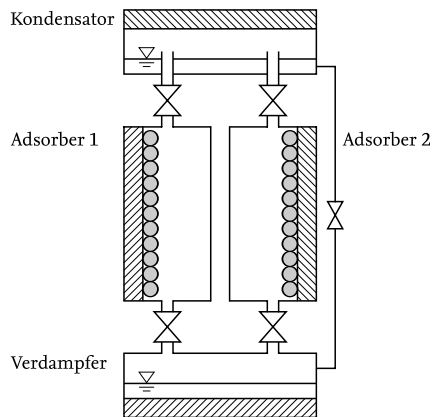


Abbildung 3.1.: Systemskizze der modellierten Adsorptionskältemaschine.

In diesem Kapitel wird das mathematische Modell einer Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine ausführlich hergeleitet. Die Bauteile Verdampfer, Kondensator und Adsorber werden in einzelne Kontrollvolumen aufgeteilt, für die dynamische Massen- und Energiebilanzen aufgestellt werden. Das Modell der Kältemittelventile beschreibt den Massenstrom zwischen den einzelnen Komponenten und verknüpft die einzelnen Kontrollvolumen zu einem Gesamtsystem.

3.1. Funktionsprinzip von Adsorptionskältemaschinen

Der prinzipielle Aufbau der untersuchten Adsorptionskälteanlage ist in Abbildung 3.1 skizziert. Im Wesentlichen besteht die Anlage aus vier Behältern. Im Verdampfer befindet sich flüssiges Kältemittel – in dieser Arbeit Wasser –, das durch Zufuhr von Wärme auf einem niedrigem Temperatur- und Druckniveau verdampft. Der zugeführte Wärmestrom ist der Nutzen der Anlage und wird oft als Kälteleistung bezeichnet.

Der Kältemitteldampf strömt vom Verdampfer in einen der Adsorber und wird dort von einem Feststoff adsorbiert. Dieser Feststoff wird als Adsorbens bezeichnet und zeichnet sich durch eine sehr hohe Porosität und damit verbundenen Aufnahmefähigkeit für das Kältemittel aus. Häufig verwendete Adsorbenten sind Zeolithe, Silikagele oder Aktivkohle. In dieser Arbeit wird das Silikagel Grace 127B verwendet. Die bei der Adsorption frei werdende Adsorptionswärme muss auf einem mittleren Temperaturniveau abgeführt werden. Ansonsten würde der Prozess sehr schnell zum Erliegen kommen.

Nach einer gewissen Zeit wird die Anlage umgeschaltet. Bei geschlossenen Kältemittelventilen wird der Adsorber nicht mehr gekühlt, sondern geheizt. Durch Zufuhr von Wärme eines hohen Temperaturniveaus steigt der Druck im Adsorber bis auf den Druck im Kondensator. Das Ventil zum Kondensator wird geöffnet. Unter weiterer Zufuhr von Wärme wird das Kältemittel aus dem Adsorbens ausgetrieben und strömt in den Kondensator, wo es unter Abgabe von Wärme auf dem mittleren Temperaturniveau kondensiert.

Anschließend werden die Kältemittelventile wieder geschlossen und der Adsorber wie im Anfangsmodus gekühlt. Der Druck sinkt bis auf Verdampferniveau und der Prozess kann wieder von vorne beginnen. Über einen Kondensatrückfluss fließt das flüssige Kältemittel vom Kondensator in den Verdampfer.

Das zweite Bett durchläuft zeitversetzt die gleichen Prozessschritte. Während sich der eine Adsorber in der Adsorptionsphase befindet, befindet sich der zweite in der Desorptionsphase. Dadurch wird ein gleichmäßigerer Kälteleistungsverlauf erreicht. Mit nur einem Bett wäre während der Desorptionsphase keine Kälteleistung vorhanden.

3.2. Verdampfer und Kondensator

In Abbildung 3.2 ist das Kontrollvolumen des Kondensators und in Abbildung 3.3 das des Verdampfers skizziert. Darin eingezeichnet sind alle auftretenden Massen- und Wärmeströme sowie die gewählten Zustände. Das Kältemittel wird durch Dichte und Temperatur

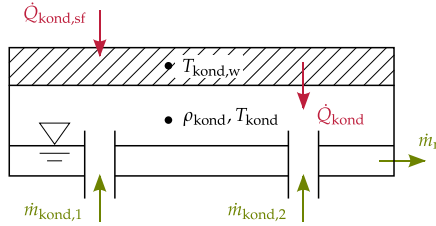


Abbildung 3.2.: Skizze des Kondensatormodells. Betrachtetes Kontrollvolumen mit Massen- und Wärmeströmen sowie den Zuständen der Differentialgleichung.

beschrieben. Der schraffiert dargestellte Bilanzraum fasst die Metallmassen zu einer thermischen Kapazität mit der Temperatur als Zustand zusammen.

Massen- und Energiebilanz für das Kältemittel

Die zwei Phasen des Kältemittels – flüssig und gasförmig – werden als homogen durchmischt angenommen. Temperatur und Druck beider Phasen sind entsprechend der Dampfdruckkurve

$$p_{\text{verd}} = p^s(T_{\text{verd}}) \quad (3.1)$$

aneinander gekoppelt. Mit der über beide Phasen gemittelten Dichte ρ_{verd} kann die Massenbilanz für den Verdampfer formuliert werden

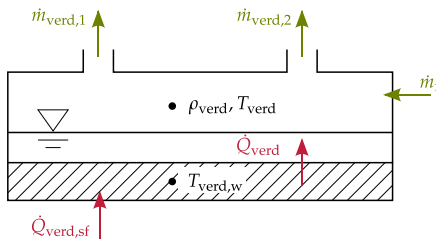


Abbildung 3.3.: Skizze des Verdampfermodells. Betrachtetes Kontrollvolumen mit Massen- und Wärmeströmen sowie den Zuständen der Differentialgleichung.

$$V_{\text{verd}} \frac{d\rho_{\text{verd}}}{dt} = \dot{m}_r - \dot{m}_{\text{verd},1} - \dot{m}_{\text{verd},2}. \quad (3.2)$$

Dabei ist V_{verd} das konstante Volumen des Kältemittels. Die ein- und ausströmenden Massenströme sind entsprechend Abbildung 3,3 definiert.

Es wird angenommen, dass das Kältemittel den Verdampfer als gesättigter Dampf verlässt. Damit lautet die Energiebilanz für das zweiphasige Kältemittel

$$\frac{dU_{\text{verd}}}{dt} = \dot{m}_r h_r - \dot{m}_{\text{verd},1} h_{\text{verd}}^g - \dot{m}_{\text{verd},2} h_{\text{verd}}^g + \dot{Q}_{\text{verd}} \quad (3.3)$$

Das Ziel der nun folgenden Umformungen ist es, im resultierenden Gleichungssystem ausschließlich zeitliche Ableitungen der Dichte und der Temperatur zu erhalten, und damit diese zwei thermodynamischen Zustandsgrößen als Zustände des Differentialgleichungssystems festzulegen. Analoge Umformungen können mit sämtlichen voneinander unabhängigen Paarungen an thermodynamischen Zustandsgrößen durchgeführt werden. Die Paarung (ρ, T) bietet den Vorteil, dass für sie explizite Fundamentalgleichungen verfügbar sind, die die Stoffeigenschaften des Kältemittels beschreiben. Stimmen die Zustände der Differentialgleichung mit den Eingangsgrößen der Fundamentalgleichung überein, so müssen keine impliziten Gleichungen iterativ gelöst werden.

Im Gegensatz zu dem in Kapitel 2 vorgestellten Ansatz, passen wir nicht die Stoffdatenberechnung an die gewünschten Eingangsgrößen an, sondern die Modellgleichungen an die Eingangsgrößen der Stoffdatenberechnung. Beide Wege sind möglich und es ist im Einzelfall abzuwägen, welches der geeignetere ist.

Der besseren Lesbarkeit wegen werden in der folgenden Herleitung die Indizes weggelassen. Zunächst wird das Differential der totalen inneren Energie U umgeformt zu

$$\frac{dU}{dt} = V \frac{d(u\rho)}{dt} = \rho V \frac{du}{dt} + u V \frac{d\rho}{dt}. \quad (3.4)$$

Die spezifische innere Energie u ist eine thermodynamische Zustandsgröße und kann daher für einen Reinstoff durch eine Funktion abhängig von zwei beliebigen anderen thermodynamischen Zustandsgrößen beschrieben werden. Wir wählen unsere favorisierten Zustände Dichte und Temperatur

$$u = u(\rho, T) \quad (3.5)$$

und erhalten mit Hilfe der Kettenregel

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_{\rho} \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_T \frac{d\rho}{dt}. \quad (3.6)$$

Das erste partielle Differential in Gleichung (3.6) entspricht der Definition der isochoren spezifischen Wärmekapazität c_v . Das zweite partielle Differential kann mit Hilfe der Bridgman Tabelle (Bejan, 1997) umgeformt werden zu

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_T = -\frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = \frac{1}{\rho^2} \left(p - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \right). \quad (3.7)$$

Im Nassdampfgebiet ist der Druck eine Funktion ausschließlich der Temperatur, siehe Gleichung (3.1). Daher gilt

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{dp^s}{dT}. \quad (3.8)$$

Schließlich erhalten wir für die Energiebilanz des Kältemittels im Verdampfer

$$\begin{aligned} \frac{dT_{\text{verd}}}{dt} &= \frac{1}{(V\rho c_v)_{\text{verd}}} \left(\dot{m}_r h_r - \dot{m}_{\text{verd},1} h_{\text{verd}}^g - \dot{m}_{\text{verd},2} h_{\text{verd}}^g + \dot{Q}_{\text{verd}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{(\rho^2 c_v)_{\text{verd}}} \left(u\rho + p - T \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{verd}} \frac{d\rho_{\text{verd}}}{dt}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Das Differential der Dichte lässt sich durch Einsetzen der Massenbilanz (3.2) eliminieren und es folgt die zweite Form der Energiebilanz

$$\begin{aligned} \frac{dT_{\text{verd}}}{dt} &= \frac{1}{(V\rho c_v)_{\text{verd}}} \left[\dot{m}_r \left(h_r - h_{\text{verd}} + \left(\frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{verd}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \dot{m}_{\text{verd},1} \left(h^g - h + \frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{verd}} \right. \\ &\quad \left. - \dot{m}_{\text{verd},2} \left(h^g - h + \frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{verd}} + \dot{Q}_{\text{verd}} \right]. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Für den Kondensator erhalten wir mit ähnlichen Überlegungen ebenfalls die Massenbilanz

$$V_{\text{kond}} \frac{d\rho_{\text{kond}}}{dt} = -\dot{m}_r + \dot{m}_{\text{kond},1} + \dot{m}_{\text{kond},2} \quad (3.11)$$

und die Energiebilanz für das Kältemittel

$$\begin{aligned} \frac{dT_{\text{kond}}}{dt} = \frac{1}{(V\rho c_v)_{\text{kond}}} & \left[-\dot{m}_r \left(h^l - h + \frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{kond}} \right. \\ & + \dot{m}_{\text{kond},1} \left(h_{\text{ads},1}^g - h_{\text{kond}} + \left(\frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{kond}} \right) \\ & \left. + \dot{m}_{\text{kond},2} \left(h_{\text{ads},2}^g - h_{\text{kond}} + \left(\frac{T}{\rho} \frac{dp^s}{dT} \right)_{\text{kond}} \right) + \dot{Q}_{\text{kond}} \right]. \quad (3.12) \end{aligned}$$

Energiebilanz für die Wärmeübertragerwand

Die Energiebilanzen für die Metallmassen der Wärmeübertrager ergeben sich bei einer als konstant angenommenen Wärmekapazität zu

$$(mc)_{\text{verd},w} \frac{dT_{\text{verd},w}}{dt} = \dot{Q}_{\text{verd},sf} - \dot{Q}_{\text{verd}} \quad (3.13)$$

und

$$(mc)_{\text{kond},w} \frac{dT_{\text{kond},w}}{dt} = \dot{Q}_{\text{kond},sf} - \dot{Q}_{\text{kond}}. \quad (3.14)$$

Berechnung der Wärmeströme

Im Verdampfer wird der interne Wärmestrom von der Wand zum Kältemittel nach

$$\dot{Q}_{\text{verd}} = (\alpha A)_{\text{verd}} (T_{\text{verd},w} - T_{\text{verd}}) \quad (3.15)$$

berechnet. Allgemein zeigt der Wärmeübergangskoeffizient α bei Verdampfung häufig eine starke Abhängigkeit vom übertragenen Wärmestrom. Dies liegt daran, dass konvektive Wärmetransportmechanismen zwischen Wärmeübertragerwand und flüssigem noch

nicht verdampften Kältemittel dominieren. Siehe zum Beispiel Baehr u. Stephan (2006) für eine detaillierte Übersicht zur Wärmeübertragung bei Verdampfung. Im Folgenden wird angenommen, dass dieser konvektive Wärmeübergang eine Abhängigkeit zum Massenstrom an verdampfenden Kältemittel \dot{m}_{verd}^l aufweist. Da die Dampfphase des im Verdampfer gespeicherten Kältemittels eine wesentlich geringere Masse als die Flüssigphase aufweist, kann \dot{m}_{verd}^l über eine quasistationäre Massenbilanz um die Dampfphase abgeschätzt werden

$$\dot{m}_{\text{verd}}^l = \dot{m}_{\text{verd},1} + \dot{m}_{\text{verd},2} - x_r \dot{m}_r. \quad (3.16)$$

Der Dampfmassengehalt x_r des Kondensatrückflusses kann unmittelbar aus der Eintrittsenthalpie h_r und den Sättigungsenthalpien bestimmt werden.

Um eine von der Skalierung des Verdampfers unabhängige Beschreibung des Wärmeübergangs zu ermöglichen, wird der Massenstrom mit der Wahl einer Bezugsfläche A_{ref} in eine scheinbare Geschwindigkeit umgerechnet

$$w_{\text{verd}}^l = \frac{\dot{m}_{\text{verd}}^l}{\rho_{\text{verd}}^l A_{\text{ref}}}. \quad (3.17)$$

Die experimentelle Bestimmung eines geeigneten Ansatzes zur Modellierung von α_{verd} für den in dieser Arbeit verwendeten Verdampfer ist in Abschnitt 5.5 zu finden.

Der Kondensator zeichnet sich durch einen sehr hohen internen Wärmeübergang aus, der gut über einen konstanten Wärmeübergangskoeffizienten α_{kond} abgebildet werden kann. Es gilt

$$\dot{Q}_{\text{kond}} = (\alpha A)_{\text{kond}} (T_{\text{kond,w}} - T_{\text{kond}}). \quad (3.18)$$

Auf der anderen Seite der Wärmeübertragerwände strömt jeweils ein einphasiges Sekundärfluid, das Wärme durch erzwungene Konvektion aufnimmt bzw. abgibt. Der dabei auftretende Wärmeübergangskoeffizient α_{sf} hängt von der Geometrie des Strömungskannels, der Strömungsform und Stoffeigenschaften des Fluides ab. Für einfache Geometrien existieren auf Messdaten beruhende Korrelationen. In dieser Arbeit wird die für Rundrohre und turbulente Strömung geltende Korrelation nach Gnielinski (1975) verwendet.

Für das Sekundärfluid wird quasistationäres Verhalten angenommen. Daraus und mit dem in Anhang A beschriebenen Ansatz ergibt sich eine direkte algebraische Abhängigkeit der Wärmeströme von den Eintrittstemperaturen und den Massenströmen

$$\dot{Q}_{\text{verd,sf}} = [\bar{\alpha}_{\text{sf}} A (T_{\text{sf,ein}} - T_{\text{w}})]_{\text{verd}} \quad (3.19)$$

$$\dot{Q}_{\text{kond,sf}} = [\bar{\alpha}_{\text{sf}} A (T_{\text{sf,ein}} - T_{\text{w}})]_{\text{kond}} \quad (3.20)$$

mit den scheinbaren Wärmeübergangskoeffizienten

$$(\bar{\alpha}_{\text{sf}} A)_{\text{verd}} = \left[(\dot{m} c_p)_{\text{sf}} \left(1 - e^{-\left(\frac{\alpha_{\text{sf}} A}{(\dot{m} c_p)_{\text{sf}}} \right)} \right) \right]_{\text{verd}} \quad (3.21)$$

$$(\bar{\alpha}_{\text{sf}} A)_{\text{kond}} = \left[(\dot{m} c_p)_{\text{sf}} \left(1 - e^{-\left(\frac{\alpha_{\text{sf}} A}{(\dot{m} c_p)_{\text{sf}}} \right)} \right) \right]_{\text{kond}} \quad (3.22)$$

3.3. Adsorber

In Abbildung 3.4 ist das Kontrollvolumen eines Adsorbers skizziert. Darin eingezeichnet sind alle auftretenden Massen- und Wärmeströme sowie die gewählten Zustände. Beide Adsorber sind identisch. Die nachfolgenden Modellgleichungen gelten sowohl für Adsorber 1 als auch für Adsorber 2. Daher werden die Variablen in diesem Abschnitt mit dem entsprechenden Index ohne Numerierung bezeichnet.

Das Adsorbens/Adsorbat-System wird durch Beladung und Temperatur beschrieben. Die Beladung x_{ads} ist definiert als Masse des adsorbierten Kältemittels (Adsorbat) pro Masse trockenen Adsorbens $m_{\text{ads}}^{\text{f}}$. Der schraffiert dargestellte Bilanzraum fasst die Metallmassen zu einer thermischen Kapazität mit der Temperatur als Zustand zusammen.

Massen- und Energiebilanz für das Adsorbens und Adsorbat

Die Gasphase innerhalb des Adsorbers wird bei der Modellierung nicht berücksichtigt. Es wird angenommen, dass das vom Verdampfer kommende Kältemittel unmittelbar adsorbiert wird und dass das aus dem Adsorbens austretende Kältemittel unmittelbar in den Kondensator strömt. Damit ergibt sich die Massenbilanz zu

$$m_{\text{ads}}^{\text{f}} \frac{dx_{\text{ads}}}{dt} = \dot{m}_{\text{verd}} - \dot{m}_{\text{kond}} \quad (3.23)$$

und die Energiebilanz zu

$$\frac{dU_{\text{ads}}}{dt} = m_{\text{ads}}^{\text{f}} \frac{du_{\text{ads}}}{dt} = \dot{m}_{\text{evp}} h_{\text{evp}}^{\text{g}} - \dot{m}_{\text{cond}} h_{\text{ads}}^{\text{g}} + \dot{Q}_{\text{ads}} \quad (3.24)$$

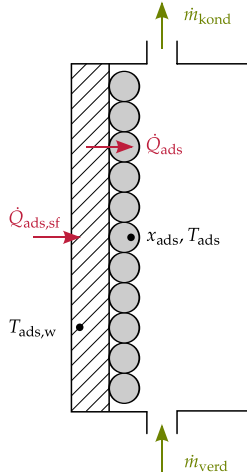


Abbildung 3.4.: Skizze des Adsorbermodells. Betrachtetes Kontrollvolumen mit Massen- und Wärmeströmen sowie den Zuständen der Differentialgleichung.

Dabei ist die spezifische innere Energie des Adsorbens/Adsorbat-Systems u_{ads} auf die konstante Masse an trockenem Adsorbens bezogen.

Eine weitere zentrale Annahme des Modells ist die des instantanen Gleichgewichts. Es werden keine Massentransportwiderstände innerhalb des Adsorbens berücksichtigt. Das bedeutet, zu jedem Zeitpunkt kann das System durch ein Gleichgewichtsmodell und die zwei Zustandsgrößen Beladung und Temperatur vollständig beschrieben werden. Somit kann auch die spezifische innere Energie als Funktion

$$u_{\text{ads}} = u_{\text{ads}}(x_{\text{ads}}, T_{\text{ads}}) \quad (3.25)$$

ausgedrückt werden. Differentiation von Gleichung (3.25) liefert

$$\frac{du_{\text{ads}}}{dt} = \left(\frac{\partial u_{\text{ads}}}{\partial T_{\text{ads}}} \right)_{x_{\text{ads}}} \frac{dT_{\text{ads}}}{dt} + \left(\frac{\partial u_{\text{ads}}}{\partial x_{\text{ads}}} \right)_{T_{\text{ads}}} \frac{dx_{\text{ads}}}{dt}. \quad (3.26)$$

Um die partiellen Differentiale bestimmen zu können, teilen wir die innere Energie in zwei Teile auf: die des festen Adsorbens $u_{\text{ads}}^{\text{f}}$ und die des Adsorbats $u_{\text{ads}}^{\text{ad}}$. Die innere Energie des Feststoffes hängt nur von der Temperatur ab, während die des Adsorbats sowohl von Temperatur als auch der Beladung abhängt. Es gilt

$$u_{\text{ads}}(x_{\text{ads}}, T_{\text{ads}}) = u_{\text{ads}}^{\text{f}}(T_{\text{ads}}) + x_{\text{ads}} u_{\text{ads}}^{\text{ad}}(x_{\text{ads}}, T_{\text{ads}}). \quad (3.27)$$

Damit folgt für die partiellen Differentiale

$$\left(\frac{\partial u_{\text{ads}}}{\partial T_{\text{ads}}} \right)_{x_{\text{ads}}} = c_{\text{ads}}^{\text{f}} + x_{\text{ads}} c_{\text{ads}}^{\text{ad}}, \quad (3.28)$$

$$\left(\frac{\partial u_{\text{ads}}}{\partial x_{\text{ads}}} \right)_{T_{\text{ads}}} = u_{\text{ads}}^{\text{ad}}, \quad (3.29)$$

mit den spezifischen Wärmekapazitäten des Adsorbens $c_{\text{ads}}^{\text{f}}$ und des Adsorbats $c_{\text{ads}}^{\text{ad}}$. Die Wärmekapazität des Feststoffes wird als konstant angenommen. Werte dafür stammen aus Messungen am trockenen Adsorbens und sind zum Beispiel in Núñez (2001) zu finden. Da die adsorbierte Phase des Kältemittels der flüssigen Phase ähnlich ist, wird die Wärmekapazität durch die des flüssigen Kältemittels genähert

$$c_{\text{ads}}^{\text{ad}} \approx c_{\text{ads}}^{\text{l}}. \quad (3.30)$$

Dies ist eine häufig verwendete Näherung und ist zum Beispiel bei Ruthven (1984) oder Tien (1994) zu finden.

Die Berechnung der inneren Energie des Adsorbats $u_{\text{ads}}^{\text{ad}}$ hängt von der Wahl des Gleichgewichtsmodells ab. In dieser Arbeit wird ein halbempirisches Dubinin Model (Dubinin, 1967) verwendet. Die Grundidee dabei ist, dass sich das Adsorptionsgleichgewicht mit einer *charakteristischen Kurve* beschreiben lässt. Diese ist eine Funktion des mit Adsorbat gefüllten spezifischen Mikroporenvolumens W in Abhängigkeit des Adsorptionspotenzials E

$$W = W(E). \quad (3.31)$$

Der funktionale Zusammenhang (3.31) für ein bestimmtes Stoffpaar wird durch Anpassung an Messdaten bestimmt. Eine detaillierte Beschreibung dieses Ansatzes sowie Messergebnisse und charakteristische Kurven für verschiedene Adsorbentien sind in Núñez (2001) und Schawe (2001) zu finden.

Das Adsorptionspotenzial ist definiert als die negative Differenz der chemischen Potentiale des Kältemittels in der adsorbierten Phase und gesättigter Flüssigkeit beim gleichen Druck

$$E = -\Delta g = -(\mu^{\text{ad}} - \mu^{\text{l}}) = RT \ln \frac{p^{\text{s}}}{p}. \quad (3.32)$$

Die Definition der freien Gibbs Enthalpie $g = h - Ts$ führt zu

$$h^{\text{ad}} - h^{\text{l}} = \Delta g + T \Delta s. \quad (3.33)$$

Die spezifische Entropiedifferenz Δs der adsorbierten und flüssigen Phase kann durch das Differential der charakteristischen Kurve (3.31) bestimmt werden

$$\Delta s \approx \alpha^{\text{ad}} \left(\frac{d \ln W(E)}{dE} \right)^{-1} = \alpha^{\text{ad}} W \left(\frac{dW}{dE} \right)^{-1}. \quad (3.34)$$

Für nähere Informationen sei auf Núñez (2001) verwiesen. Darin ist unter anderem eine detaillierte Diskussion über die Gültigkeit dieses Ansatzes zu finden.

Ähnlich wie die Wärmekapazität wird der volumetrische thermische Ausdehnungskoeffizient des Adsorbats durch den der flüssigen Phase genähert: $\alpha^{\text{ad}} \approx \alpha^{\text{l}}$. Somit folgt aus den Gleichungen (3.32), (3.33) und (3.34)

$$h^{\text{ad}} - h^{\text{l}} = -E + T \alpha^{\text{l}} W \left(\frac{dW}{dE} \right)^{-1}. \quad (3.35)$$

Und schließlich folgt mit der Näherung $u^{\text{ad}} \approx h^{\text{ad}}$ für die Energiebilanz aus Gleichung (3.24)

$$\left(c_{\text{ads}}^{\text{f}} + x_{\text{ads}} c_{\text{ads}}^{\text{l}} \right) \frac{dT_{\text{ads}}}{dt} + u_{\text{ads}}^{\text{ad}} \frac{dx_{\text{ads}}}{dt} = \frac{1}{m_{\text{ads}}^{\text{f}}} \left(\dot{m}_{\text{evp}} h_{\text{evp}}^{\text{v}} - \dot{m}_{\text{cond}} h_{\text{ads}}^{\text{v}} + \dot{Q}_{\text{ads}} \right), \quad (3.36a)$$

mit

$$u_{\text{ads}}^{\text{ad}} = h^{\text{l}} - E + T \alpha^{\text{l}} W \left(\frac{dW}{dE} \right)^{-1}. \quad (3.36b)$$

Energiebilanz für die Wärmeübertragerwand

Mit einer konstanten Wärmekapazität der Wärmeübertragerwand des Adsorbers ergibt sich die Energiebilanz zu

$$(mc)_{\text{ads,w}} \frac{dT_{\text{ads,w}}}{dt} = \dot{Q}_{\text{ads,sf}} - \dot{Q}_{\text{ads}}. \quad (3.37)$$

Die Wärmeströme sind dabei nach Abbildung 3.4 definiert. Gleichungen für deren Berechnung werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

Berechnung der Wärmeströme

Für den Wärmestrom zwischen Wärmeübertragerwand und Adsorbens/Adsorbat wird eine lineare Beziehung zur treibenden Temperaturdifferenz angenommen

$$\dot{Q}_{\text{ads}} = kA_{\text{ads}} (T_{\text{ads,w}} - T_{\text{ads}}). \quad (3.38)$$

Der konstante Wärmedurchgangskoeffizient kA_{ads} fasst die verschiedenen lokalen Wärmetransportmechanismen zusammen und stellt einen entscheidenden Parameter dar, um das Adsorbermodell an Messdaten anzupassen.

Das Sekundärfluid auf der anderen Seite der Wärmeübertragerwand wird behandelt wie in den Modellen von Verdampfer und Kondensator. Die Korrelation von Gnielinski (1975) liefert den Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{\text{ads,sf}}$. Und daraus wird unter Annahme von Quasistationarität der Wärmestrom abhängig von der Eintrittstemperaturdifferenz berechnet.

Es gilt

$$\dot{Q}_{\text{ads,sf}} = [\bar{\alpha}_{\text{sf}} A (T_{\text{sf,ein}} - T_{\text{w}})]_{\text{ads}}, \quad (3.39)$$

mit dem scheinbaren Wärmeübergangskoeffizient

$$(\bar{\alpha}_{\text{sf}} A)_{\text{ads}} = \left[(\dot{m}c_p)_{\text{sf}} \left(1 - e^{-\left(\frac{\alpha_{\text{sf}} A}{(\dot{m}c_p)_{\text{sf}}} \right)} \right) \right]_{\text{ads}}. \quad (3.40)$$

3.4. Kältemittelventile

In Abbildung 3.4 ist das Kontrollvolumen eines Kältemittelventils skizziert. Darin eingezeichnet sind die auftretenden Massenströme und die relevanten Größen am Ein- und Austritt. Das Modell wird für die vier Ventile verwendet, die die Adsorber mit Verdampfer und Kondensator verbinden. Wegen besserer Lesbarkeit wird auf eine eigene Indizierung für die Ventile verzichtet. Lediglich der Ein- und Austrittszustand werden mit Indizes gekennzeichnet. Je nach Ventil entpricht dies dem Zustand am Verdampferaustritt, Kondensatoreintritt oder Adsorberein- bzw. -austritt.

Es gilt die Massenerhaltung

$$\dot{m}_{\text{ein}} = \dot{m}_{\text{aus}} = \dot{m}. \quad (3.41)$$

Und da es sich um eine adiabte Drosselung handelt, folgt aus der Energiebilanz

$$h_{\text{ein}} = h_{\text{aus}}. \quad (3.42)$$

Innerhalb der Kältemittelventile befindet sich der engste Querschnitt der gesamten Anlage, durch den das gasförmige Kältemittel – in unserem Fall Wasserdampf – durchströmen muss. Hier entsteht der wesentliche Druckverlust innerhalb des Systems. Aufgrund der geringen Dichte von Wasserdampf werden beachtliche Strömungsgeschwindigkeiten erreicht, so dass Kompressibilitätseffekte nicht vernachlässigt werden dürfen.

Ausgangspunkt der mathematischen Beschreibung ist die Gleichung von de Saint Venant und Wantzel wie sie zum Beispiel in Rist (1995) zu finden ist. Damit kann die Geschwindigkeit w am engsten Querschnitt A_{eff} beschrieben werden als

$$w = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_{\text{ein}} \left[1 - \left(\frac{p_{\text{aus}}}{p_{\text{ein}}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}. \quad (3.43)$$

Zugrundeliegende Annahmen sind Idealgasverhalten und eine isentrope Expansion des Fluides bis zum engsten Querschnitt. Dabei bezeichnet κ den Isentropenexponent.

Nach einigen Umformungen und Anwendung der Idealgasgleichung erhält man für den Massenstrom

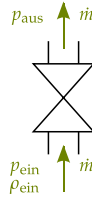


Abbildung 3.5.: Skizze des Ventilmodells. Betrachtetes Kontrollvolumen mit Massenströmen sowie den relevanten Größen an Ein- und Austritt.

$$\dot{m} = \Psi A_{\text{eff}} \sqrt{2\rho_{\text{ein}} p_{\text{ein}}} \quad (3.44)$$

mit der *Ausflussfunktion*

$$\Psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_{\text{aus}}}{p_{\text{ein}}} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_{\text{aus}}}{p_{\text{ein}}} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \quad (3.45)$$

Zwar stellt die Annahme eines Idealgases für Wasserdampf nahe der Taulinie eine grobe Näherung dar, allerdings zeigt die Auswertung von Messdaten, dass mit Gleichung (3.44) das reale Verhalten sehr gut wiedergegeben wird.

Die Wurzel in Gleichung (3.45) stellt für numerische Lösungsverfahren, wie sie später für das Lösen des Gesamtmodells eingesetzt werden, ein potenzielles Problem dar. Es muss sichergestellt werden, dass der Term unter der Wurzel nicht kleiner null wird. In unserem Fall tritt dies ein, sobald die Druckdifferenz zwischen Ein- und Austritt negativ wird. Physikalisch betrachtet ändert sich die Strömungsrichtung, also sind Ein- und Austritt vertauscht. Dieser Fall ist für die Adsorptionskältemaschine irrelevant, da das Kältemittel nie entgegen der Auslegungsrichtung strömen sollte. Für die Simulation reicht es aus, durch eine Fallunterscheidung den Massenstrom auf null zu setzen, sobald sich die Druckdifferenz umkehrt

$$\dot{m} = \begin{cases} \Psi A_{\text{eff}} \sqrt{2\rho_{\text{ein}} p_{\text{ein}}} & \text{falls } p_{\text{ein}} > p_{\text{aus}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (3.46)$$

Das resultierende Verhalten entspricht dem einer Rückschlagklappe, die Rückströmung innerhalb des Ventils verhindert. Tatsächlich sind die meisten Adsorptionskälteanlagen auch genau nach diesem Prinzip aufgebaut.

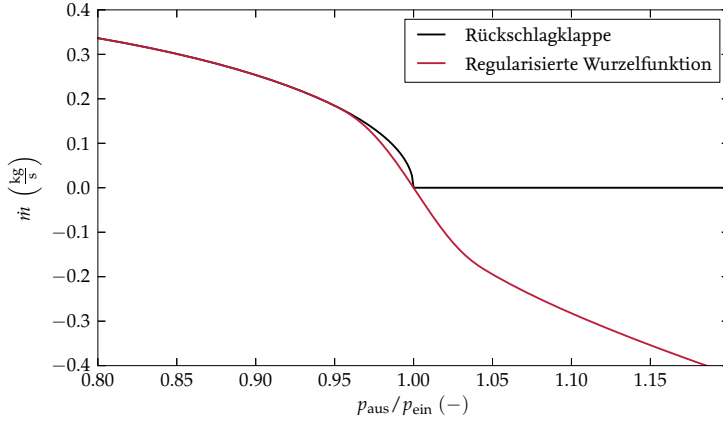


Abbildung 3.6.: Massenstrom über Druckverhältnis für zwei Modellierungsansätze der Kältemittelventile. Rückschlagklappenmodell (3.46) gegenüber dem Ansatz nach Gleichung (3.48) mit Regularisierung des Nulldurchgangs.

Für die dynamische Optimierung, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt wird, ist Gleichung (3.46) allerdings gänzlich ungeeignet. Deutlich wird dies, wenn man wie in Abbildung 3.6 den Massenstrom über dem Druckverhältnis aufträgt. An der Stelle $p_{\text{aus}}/p_{\text{ein}} = 1$ existiert eine Unstetigkeit in der ersten Ableitung. Die verwendeten lokalen Optimierungsverfahren erfordern aber mehrfache stetige Differenzierbarkeit aller verwendeten Gleichungen. Außerdem ist der Betrag der linksseitigen Ableitung an dieser Stelle unendlich groß. Unendlich große Ableitungswerte können aber bei numerischen Lösungsverfahren zu Problemen führen. Als Beispiel sei das Newton-Verfahren zur Lösung impliziter nichtlinearer Gleichungen erwähnt. Daher wird das Modell für die Verwendung in Optimierungsrechnungen verändert. Anstelle von Gleichung (3.45) und (3.46) werden die Gleichungen

$$\tilde{\Psi} = \varsigma \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_{\text{aus}}}{p_{\text{ein}}} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_{\text{aus}}}{p_{\text{ein}}} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] \right), \quad (3.47)$$

$$\dot{m} = \tilde{\Psi} A_{\text{eff}} \sqrt{2\rho_{\text{ein}} p_{\text{ein}}} \quad (3.48)$$

verwendet. Dabei ist ς eine punktsymmetrische Erweiterung der Wurzelfunktion, die in einem kleinen Bereich um den Nullpunkt durch ein Polynom 5. Grades ersetzt ist. Details

hierzu sind in Anhang B beschrieben. Somit ist Gleichung (3.47) überall bis zur zweiten Ableitung stetig. Und da Dichte und Druck immer positiv sind gilt das auch für Gleichung (3.48).

In Abbildung 3.6 ist der resultierende Massenstrom über dem Druckverhältnis aufgetragen. Im Gegensatz zu Gleichung (3.46) können nun auch negative Massenströme auftreten. Um Massenströme in die falsche Richtung verhindern zu können, wird die binäre Steuerung $i \in \{0, 1\}$ eingeführt. Bei $i = 0$ ist das Ventil geschlossen und bei $i = 1$ ist es komplett geöffnet. Es gilt

$$\dot{m} = i \tilde{\Psi} A_{\text{eff}} \sqrt{2\rho_{\text{ein}} p_{\text{ein}}}. \quad (3.49)$$

3.5. Kondensatrückfluss

Bei Adsorptionskältemaschinen ist in der Regel sowohl der Kondensator als auch der Verdampfer mit einem Speichervolumen für flüssiges Kältemittel ausgestattet. Um ein Leer- oder Vollaufen einer der Komponenten zu verhindern, wird der Kondensatrückfluss vom Kondensator zum Verdampfer über eine Regelvorrichtung gesteuert. Das kann zum Beispiel eine selbstregelnde siphonartige Konstruktion oder ein aktiv gesteuertes Ventil sein. Wir nehmen an, dass die verwendete Regeleinrichtung ideal funktioniert und die Füllmenge im Verdampfer konstant hält

$$\frac{d\rho_{\text{verd}}}{dt} = 0. \quad (3.50)$$

Mit Gleichung (3.2) folgt unmittelbar für den rückströmenden Massenstrom

$$\dot{m}_r = \dot{m}_{\text{verd},1} + \dot{m}_{\text{verd},2}. \quad (3.51)$$

Aus der quasistationären Massen- und Energiebilanz um den Kondensatrückfluss folgt schließlich

$$h_r = h_{\text{kond}}^1. \quad (3.52)$$

3.6. Resultierendes Gesamtmodell

Wie in Abschnitt 2.7 werden die hergeleiteten Komponentengleichungen um Verbindungsgleichungen ergänzt. Damit erhält man schließlich ein DAE System in allgemeiner Schreibweise

$$\frac{dx_{\text{akm}}}{dt}(t) = f_{\text{akm}}(x_{\text{akm}}(t), z_{\text{akm}}(t), \mu_{\text{akm}}(t), u_{\text{akm}}(t)), \quad (3.53a)$$

$$0 = g_{\text{akm}}(x_{\text{akm}}(t), z_{\text{akm}}(t)). \quad (3.53b)$$

Dabei bezeichnet x_{akm} die differentiellen Zustände, z_{akm} die algebraischen Zustände, μ_{akm} die diskreten, u_{akm} die kontinuierlichen Steuerungen und d_{akm} die Störgrößen. Es gilt

$$x_{\text{akm}} := \begin{pmatrix} \rho_{\text{kond}} \\ T_{\text{kond}} \\ T_{\text{kond,w}} \\ \rho_{\text{verd}} \\ T_{\text{verd}} \\ T_{\text{verd,w}} \\ T_{\text{ads1}} \\ T_{\text{ads1,w}} \\ x_{\text{ads1}} \\ T_{\text{ads2}} \\ T_{\text{ads2,w}} \\ x_{\text{ads2}} \end{pmatrix}, \quad z_{\text{akm}} := \begin{pmatrix} W_{\text{ads1}} \\ W_{\text{ads2}} \end{pmatrix}, \quad \mu_{\text{akm}} := \begin{pmatrix} i_{\text{verd,1}} \\ i_{\text{verd,2}} \\ i_{\text{kond,1}} \\ i_{\text{kond,2}} \end{pmatrix}, \quad (3.54)$$

$$u_{\text{akm}} := \begin{pmatrix} T_{\text{ads1,sf,ein}} \\ T_{\text{ads2,sf,ein}} \\ T_{\text{kond,sf,ein}} \\ T_{\text{verd,sf,ein}} \end{pmatrix}.$$

Eine Parameteranpassung des Systemmodells (3.53) an Messdaten einer realen Adsorptionskältemaschine erfolgt in Kapitel 5. Die resultierenden Parameterwerte sind in Tabelle 5.1 aufgeführt. Außerdem werden mit dem Systemmodell Optimierungsprobleme formuliert (Kapitel 6), mit deren Hilfe der optimale Prozessverlauf analysiert wird (Kapitel 9). Das Systemmodell dient dabei auch als virtuelle Regelstrecke für die Simulation von geschlossenen Regelkreisen.

4 Experimentelle Untersuchungen einer Kompressionskältemaschine

In diesem Kapitel wird zunächst der Aufbau eines Versuchsstands zum Betrieb einer Kompressionskältemaschine beschrieben. In Abschnitt 4.1 werden die Kernkomponenten der Kältemaschine – Verdichter, Expansionsventil, Verdampfer, Kondensator und Sammler – vorgestellt. Auf die zum Prüfstandbetrieb notwendigen Sekundärkomponenten wird in Abschnitt 4.2 eingegangen. Die verwendete Messtechnik wird in Abschnitt 4.3 beschrieben. Zur Abschätzung des Energieeffizienzpotenzials einer neuen Regelung werden in Abschnitt 4.4 die Ergebnisse von Experimenten vorgestellt. Eine Parameteranpassung des in Kapitel 2 hergeleiteten dynamischen Systemmodells auf reale Messdaten geschieht schließlich in Abschnitt 4.5.

Diese Anlage wird später in Kapitel 8 zur Erprobung neuartiger Regelungsmethoden verwendet.

4.1. Komponenten des Kältekreislaufs

In Abbildung 4.1 ist der Aufbau des Prüfstands schematisch dargestellt. Die Komponenten des Kältekreislaufs sind entsprechend beschriftet und werden im Folgenden einzeln beschrieben. Das verwendete Kältemittel ist R134a.

Bei dem verwendeten **Verdichter** handelt es sich um einen Prototyp für den Einsatz in elektrifizierten Automobilen. Es ist ein Scroll-Verdichter mit integrierter sauggasgekühlter Antriebseinheit. Der Verdichter ist an ein Gleichstromnetzteil angeschlossen, das eine wählbare konstante Spannung einstellt. Der resultierende elektrische Strom wird innerhalb des Netzteils gemessen und ausgegeben. Spannung und Stromstärke dienen bei den durchgeführten Messungen zur Berechnung der elektrischen Leistungsaufnahme des Verdichters. Über eine CAN-Bus Ansteuerung kann die Drehzahl des Verdichters vorgegeben werden. Sie ist eine der zwei Stellgrößen für die zu entwerfenden Regelungen.

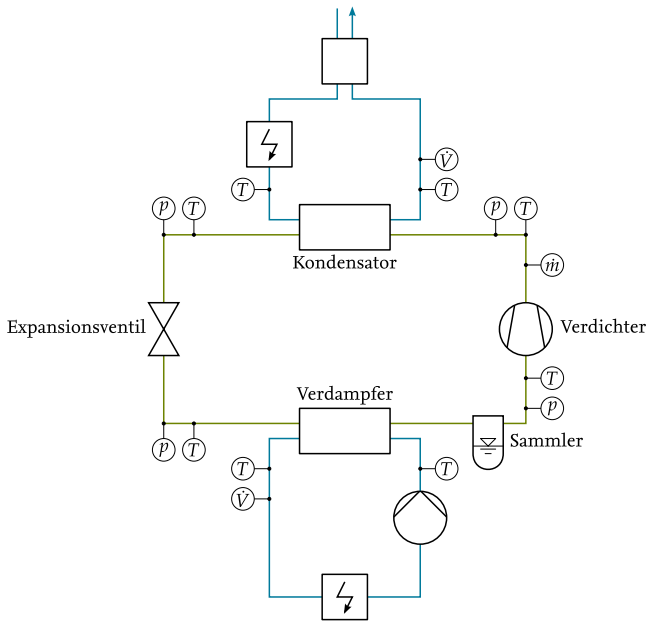


Abbildung 4.1.: Schema der prototypischen Kompressionskältemaschine und des zugehörigen Versuchsstands.

Der saugseitig angeordnete **Sammler** hat die Aufgabe, den Verdichter bei wechselnden Betriebsbedingungen vor flüssigem Kältemittel zu schützen. Sogenannte Flüssigkeitsschläge können ansonsten zu mechanischen Schäden führen. Damit der Sammler oder Flüssigkeitsabscheider im gesamten Betriebsbereich zuverlässig arbeitet, muss das Sammlervolumen groß genug sein, um überflüssiges Kältemittel zwischenspeichern. Es wird ein Flüssigkeitsabscheider aus der stationären Kältetechnik der Firma ESK Schultze Typ FA-16 mit 2,3 Litern Volumen eingesetzt.

Als **Expansionsventil** wird ein schrittmotorgesteuertes Nadelventil der Firma Sporlan Typ ESX-18 eingesetzt. Der Nenndurchmesser der Drosselöffnung ist 1,8 mm. Mit der zugehörigen Schrittmotorsteuerung kann das Ventil mit einer Auflösung von 500 Schritten geöffnet werden. Die Schrittmotorsteuerung wird über ein analoges 0-10 V Signal angesprochen.

Als **Verdampfer** wird ein Plattenwärmeübertrager der Firma Alfa Laval Typ AC30 eingesetzt. Der Wärmeübertrager ist aus 60 profilierten Edelstahlplatten aufgebaut, die insge-

samt eine Wärmeübertragungsfläche von 1.3 m^2 ergeben. Im Gegenstrom überträgt ein Wasser/Glykol-Gemisch Wärme an das verdampfende Kältemittel.

Als **Kondensator** wird ein Plattenwärmeübertrager der Firma Alfa Laval Typ CB30 eingesetzt. Der Wärmeübertrager ist aus 40 profilierten Edelstahlplatten aufgebaut, die insgesamt eine Wärmeübertragungsfläche von 1.1 m^2 ergeben. Im Gegenstrom wird Wärme vom kondensierenden Kältemittel an Wasser übertragen.

4.2. Sekundärseitige Komponenten

Beide Wärmeübertrager – Verdampfer und Kondensator – werden auf der Sekundärseite mit definierten Eintrittsbedingungen beaufschlagt. Der prinzipielle Aufbau der Sekundärkreisläufe ist in Abbildung 4.1 zu sehen.

Dem **Verdampfer** wird über einen geschlossenen Wasser/Glykol-Kreislauf Wärme zugeführt. Eine Pumpe sorgt für den nötigen Volumenstrom. Mit einem elektrischen Heizer wird die gewünschte Eintrittstemperatur am Verdampfer eingeregelt. Mit Hilfe eines vorgeschalteten Thyristorstellers kann die Leistung von 0 bis 9 kW kontinuierlich eingestellt werden.

Die Wärmeabfuhr am **Kondensator** erfolgt direkt über Frischwasser aus dem Stadtwassernetz. Das kalte Frischwasser strömt zunächst durch einen Plattenwärmeübertrager und wird dabei vorgewärmt. In einem elektrischen Heizer wird das Wasser anschließend bis zur gewünschten Eintrittstemperatur am Kondensator erwärmt. Auch für diesen elektrischen Heizer wird ein Thyristorsteller verwendet, um die Heizleistung kontinuierlich einstellen zu können. Die maximale Heizleistung beträgt 27 kW. Nachdem das Wasser durch den Kondensator geflossen ist und dort weiter Wärme aufgenommen hat, fließt es zur Wärmerückgewinnung durch den anfangs erwähnten Plattenwärmeübertrager und schließlich in den Abfluss des Stadtwassers.

4.3. Messstellen und Sensorik

Die Messstellen sind in Abbildung 4.1 mit unterschiedlichen Symbolen für die verschiedenen Messgrößen gekennzeichnet.

Sämtliche Messungen werden mit einem **Messdatenerfassungssystem** des Typs SCXI der Firma National Instruments durchgeführt. Die Temperatursignale werden in einem für

Thermoelemente spezialisierten Messmodul SCXI-1102 und dem dazugehörigen isothermen Anschlussblock SCXI-1303 mit integrierter Kaltstellenkompensation erfasst. Die analogen Spannungssignale der Messumformer für Druck, Volumenstrom und Massenstrom werden über ein zweites Messmodul SCXI-1102 und einen Anschlussblock SCXI-1300 erfasst. Die Thyristorsteuerung und die Schrittmotorsteuerung des Expansionsventils werden über analoge Spannungssignale angesteuert. Hierfür wird ein Modul RedLab 3106 USB der Firma Meilhaus Electronic eingesetzt.

Die Messdatenverarbeitung und -aufbereitung geschieht auf einem Windows PC innerhalb der Umgebung LabView. In dem erstellten Messprogramm sind auch alle Regler und Steuerungen für Ventile und Heizer implementiert.

Die **Temperaturmessung** erfolgt über Typ-K Mantelthermoelemente. Da Thermoelemente lediglich eine zur Temperaturdifferenz zwischen beiden Enden proportionale Spannung erzeugen, ist zur Bestimmung der absoluten Temperatur die Messung der Temperatur der Anschlussstelle am Messgerät erforderlich. Die Anschlusseinheiten SCXI-1303 haben eine interne Kaltstellenkompensation mit einer angegebenen Genauigkeit von ± 0.5 K im Temperaturbereich 15–35 °C, ansonsten ± 0.85 K. Die Messgenauigkeit der Thermoelemente selbst wird mit ± 1.1 K angegeben.

Für die **Druckmessung** werden Relativdrucksensoren des Typs S-10 der Firma Wika eingesetzt. Der Messbereich ist auf der Hochdruckseite 0–25 bar und auf der Niederdruckseite 0–10 bar. Die Genauigkeit beträgt jeweils ± 0.5 % des Messbereichs.

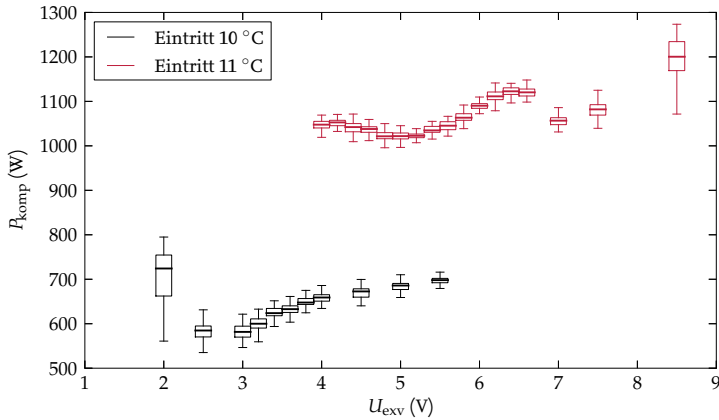
Die **Volumenströme** der Sekundärkreisläufe werden mit magnetisch-induktiven Durchflussmessern des Typs MIK der Firma Kobold Messring erfasst. Der Messbereich beträgt 1.6–32 l/min. Die Genauigkeit ist mit ± 2 % des Messbereichs angegeben.

Der **Massenstrom** des Kältemittels wird mit einem Coriolis-Massenstromsensor des Typs CMF050 der Firma Micro Motion mit der Auswertelektronik Typ 2700 bestimmt. Die Genauigkeit ist mit ± 0.05 % des Messwerts angegeben.

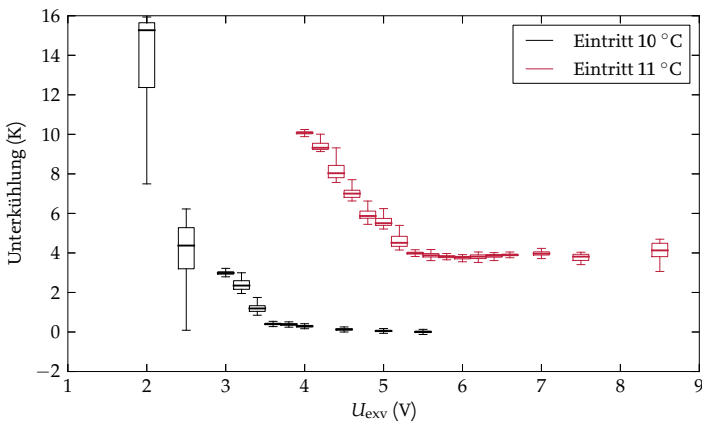
4.4. Variation der Expansionsventilöffnung

Mit dem Ziel, das Energieeffizienzpotenzial einer verbesserten Regelung zu untersuchen, werden zwei Messreihen durchgeführt und die Ergebnisse in diesem Abschnitt beschrieben.

Bei der untersuchten Anlagenkonfiguration gibt es zwei freie Stellgrößen: die Verdichterdrehzahl n_{komp} und das Spannungssignal U_{exv} , das die Öffnung des Expansionsventils



(a) Elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters.



(b) Unterkühlung des Kältemittels am Kondensatoraustritt.

Abbildung 4.2.: Messergebnisse: Variation der Expansionsventilöffnung für zwei verschiedene Eintrittstemperaturen des Sekundärfluides am Verdampfer. Die Austrittstemperatur wird bei allen Messpunkten auf 7 °C geregelt.

bestimmt. Mit n_{komp} wird das primäre Regelungsziel einer konstanten Austrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer erreicht. Für diese Teilregelstrecke wird ein PI-Regler eingesetzt. Siehe Abschnitt 8.2 für nähere Details zur Einstellung der Regelparameter. Mit U_{exv} bleibt allerdings ein Freiheitsgrad übrig. Das bedeutet, es gibt unendlich viele stationäre Betriebspunkte, die das primäre Regelungsziel erfüllen. Dass diese Betriebspunkte sich in ihrer Energieeffizienz stark unterscheiden, wird in den folgenden Experimenten gezeigt.

Die Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Kondensator wird in beiden Messreihen auf konstant 30 °C geregelt. Die Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer wird in der ersten Messreihe auf 10 °C und in der zweiten Messreihe auf 11 °C geregelt. Die Solltemperatur am Verdampferausstritt ist in beiden Fällen 7 °C. Die Volumenströme der Sekundärfluide sind konstant. Das bedeutet die Kälteleistung ist innerhalb der Messreihen konstant, allerdings in der zweiten Messreihe um ein Drittel höher als in der ersten. Die Öffnung des Expansionsventils wird stufenweise verändert. Als Maßstab für die Energieeffizienz der einzelnen Betriebspunkte ist in Abbildung 4.2(a) die elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters dargestellt. Man erkennt deutlich, dass es jeweils ein Minimum der Verdichterleistung bei einer bestimmten Ventilöffnung gibt. Bei der Messreihe mit 11 °C Verdampfeintrittstemperatur kann ein zweites lokales Minimum bei 7 V beobachtet werden. In beiden Messreihen beträgt der Unterschied zwischen der maximalen und minimalen Verdichterleistung etwa 15 %.

Eine zum Beispiel in Jensen u. Skogestad (2007b) vorgeschlagene Regelungsstruktur zum energieeffizienten Betrieb solcher Kälteanlagen basiert auf einem zweiten einfachen linearen Regler, der mit der Expansionsventilöffnung die Unterkühlung des Kältemittels am Kondensatoraustritt auf einen konstanten Sollwert regelt. Zur Analyse dieser Regelungsstruktur ist in Abbildung 4.2(b) die Unterkühlung für beide Messreihen über der Expansionsventilöffnung dargestellt. Beide Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf. Es gibt jeweils zwei Äste mit deutlich unterschiedlicher Steigung. Dieser deutlich nichtlineare Verlauf kann für eine Unterkühlungsregelung mit einem einfachen linearen Regler eine Schwierigkeit darstellen. Betrachtet man aber ausschließlich die stationären Zustände eines Regelkreises, bestätigen die experimentellen Ergebnisse die von Jensen u. Skogestad (2007b) vorhergesagte Optimalität eines konstanten Unterkühlungssollwerts. So ist in beiden Messreihen eine Unterkühlung von 4 K sehr nahe am tatsächlichen Minimum der Verdichterleistung. Eine Unterkühlungsregelung mit einem konstanten Sollwert scheint also tatsächlich unter verschiedenen Randbedingungen zu stationären Betriebspunkten zu führen, die in der Nähe des Effizienzoptimums liegen. Wichtig ist, dass der Sollwert von der konkreten Anlage abhängt – insbesondere von der Wärmeübertragungsfähigkeit des Kondensators. Nach den Analysen von Jensen u. Skogestad (2007a) kann die Schlussfolgerung gezogen werden: je höher die Wärmeübertragungsfähigkeit des Kondensators,

desto niedriger der optimale Sollwert für die Unterkühlung. Der theoretische Grenzfall eines unendlich großen Kondensators würde zu einer optimalen Unterkühlung von genau 0 K führen.

Neben dem stationären Verhalten eines Regelkreises ist das dynamische Verhalten mindestens genau so wichtig. Es nützt wenig, wenn die stationären Betriebspunkte in der Nähe des Optimums liegen, es aber sehr lange dauert bis diese erreicht werden. Wie wir später in Kapitel 8 sehen werden, ist gerade die Unterkühlung des Kältekreislaufs charakterisiert durch ein sehr träges Verhalten. Ein linearer Unterkühlungsregler kann daher nur verhältnismäßig langsam eingestellt werden.

Es scheint also zwei prinzipielle Schwierigkeiten bei der Unterkühlungsregelung mit einem linearen Regler zu geben: zum einen der in Abbildung 4.2(b) erkennbare nichtlineare Zusammenhang zwischen der Stellgröße und der stationären Unterkühlung, und zum anderen die vergleichsweise langsame Dynamik. Ausgehend von diesen Überlegungen erscheinen nichtlineare Regelungskonzepte zum zuverlässigen Erreichen des jeweiligen energieoptimalen Betriebspunkts sinnvoll. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird eine neuartige nichtlineare Regelung für diese Anlage entworfen und getestet.

4.5. Experimentelle Modellkalibrierung

Um das in Kapitel 2 hergeleitete dynamische Modell einer Kompressionskältemaschine zu validieren und die freien Parameter anzupassen, werden relevante Messgrößen mit Simulationsergebnissen verglichen. Als Vergleichsgrundlage dient eine kontinuierliche Messung mit wechselnden Randbedingungen über etwa 1,5 Stunden.

Wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, wird das Expansionsventil über die Bernoulli Gleichung modelliert. Wir nehmen an, dass der in Gleichung (2.62) definierte Öffnungsgrad des Ventils linear vom analogen Spannungssignal U_{exv} der Schrittmotorsteuerung abhängt. Um die Koeffizienten dieser linearen Abhängigkeit zu bestimmen, wird Gleichung (2.61) nach dem effektiven Strömungsquerschnitt A_{eff} aufgelöst und für sämtliche Messpunkte ausgewertet. Basierend auf dem so erzeugten Datensatz wird eine lineare Gleichung durch Minimierung der Fehlerquadrate bestimmt. In Abbildung 4.3 sind die Datenpunkte der Messung und die resultierende lineare Approximation aufgetragen. Die zum Teil sehr große Streuung der Messpunkte ist durch Fehler bei der Messung des Massenstroms zu erklären. In einigen Messpunkten strömen neben dem Kältemitteldampf auch Flüssigkeitströpfchen durch den Massenstromsensor. Der Massenstrom einer zweiphasigen Strömung kann mit dem verwendeten Coriolis-Messprinzip nicht exakt bestimmt werden.

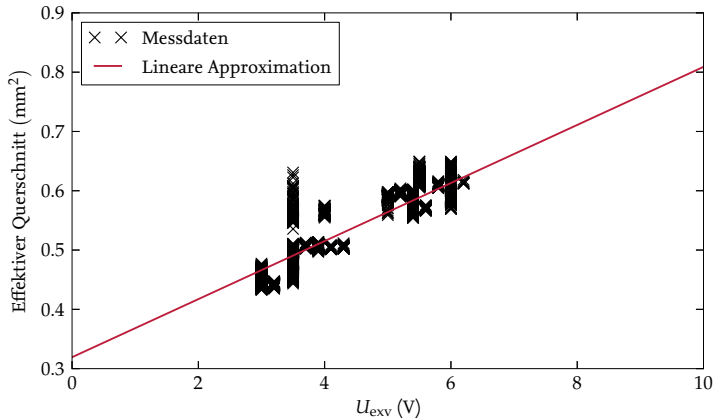


Abbildung 4.3.: Lineare Approximation der effektiven Querschnittsfläche des Expansionsventils in Abhängigkeit des Spannungssignals. Die teilweise sehr große Streuung der Messpunkte ist durch Fehler der Massenstrommessung bei zweiphasigen Kältemittelströmungen zu erklären.

Das Gesamtmodell (2.85) enthält mehrere Parameter, die nicht unmittelbar berechnet oder aus Literaturquellen übernommen werden können. Numerische Werte für diese Parameter werden durch die Auswertung von Messungen bestimmt. Hierfür sind verschiedene Vorgehensweisen möglich. Wie für das Expansionsventil durchgeführt könnten die Parameter komponentenweise angepasst werden. Das Gesamtmodell wird also in Teilmodelle unterteilt, dessen Parameter einzeln an Messdaten angepasst werden. Für den betrachteten Kompressionskältekreislauf erweist sich diese Methode allerdings als nicht zielführend. Die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Komponenten sind so stark, dass die einzeln angepassten Komponenten als Gesamtsystem keine zufriedenstellenden Ergebnisse liefern. Mit Ausnahme des Expansionsventils werden daher alle Parameter gemeinsam angepasst.

Die Ergebnisse der Parameteranpassung sind in Abbildungen als Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Verläufen über der Zeit für relevante Größen dargestellt. Für die spätere Anwendung des Modells innerhalb einer Nichtlinearen Modellbasierten Prädiktiven Regelung werden folgende Messgrößen als wichtig erachtet:

- Hochdruck (Abbildung 4.5(a)),
- Niederdruck (Abbildung 4.5(b)),

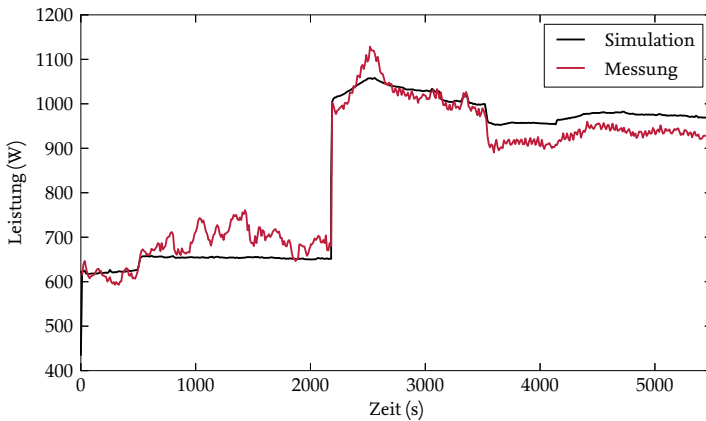
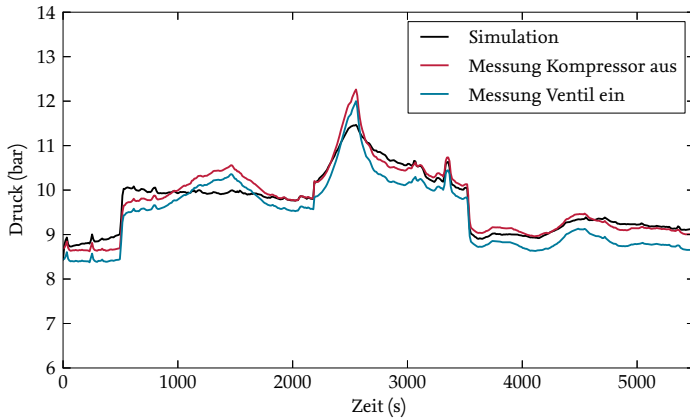


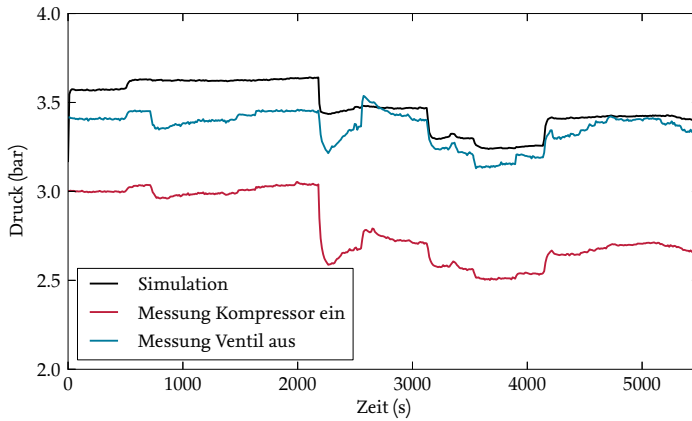
Abbildung 4.4.: Simulations- und Messergebnisse für die elektrische Leistung des Verdichters.

- Temperatur des Sekundärfluides am Kondensatoraustritt (Abbildung 4.6(a)),
- Temperatur des Sekundärfluides am Verdampferaustritt (Abbildung 4.6(b)),
- Elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters (Abbildung 4.4).

Die zwei Druckniveaus charakterisieren sehr stark den Zustand des Kreisprozesses und werden später auch als Messgrößen für den geschlossenen Regelkreis verwendet. Minimieren der Leistungsaufnahme des Verdichters und Einhalten einer vorgegebenen Temperatur des Sekundärfluides am Verdampferaustritt sind die zentralen Aufgaben der Regelung. Mit der Kondensatoraustritttemperatur wird letztendlich die Gesamtenergiebilanz des Kreislaufs geschlossen. In Tabelle 4.1 sind die resultierenden Parameterwerte übersichtlich dargestellt. Die mit einem Stern gekennzeichneten Parameter sind freie Parameter bei der Modellanpassung. Alle anderen Parameter sind exakt bekannt oder werden als bekannt angenommen und bei der Parameteranpassung nicht verändert.

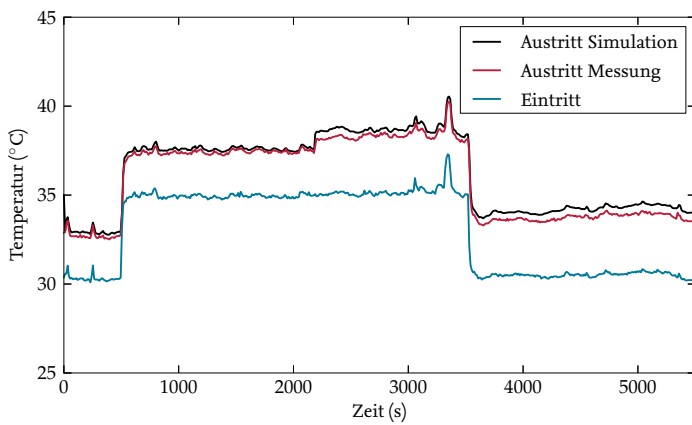


(a) Hochdruck

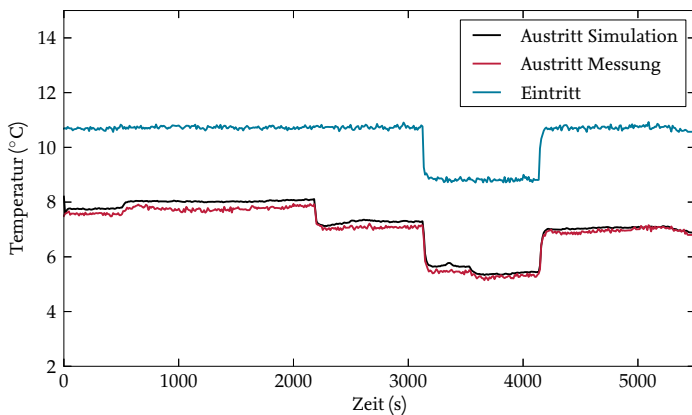


(b) Niederdruck

Abbildung 4.5.: Simulations- und Messergebnisse für die Kältemitteldrücke.



(a) Kondensator



(b) Verdampfer

Abbildung 4.6.: Simulations- und Messergebnisse für die Temperaturen der Sekundärfluide.

Symbol		Wert	Einheit	Beschreibung
Kondensator				
A_q		0.005082	m^2	Kältemittelseitige Querschnittsfläche
L		0.28	m	Gesamtlänge
ρ_w		7800	kg/m^3	Dichte der Wärmeübertragerwand
c_w		490	$J/kg\ K$	Spezifische Wärmekapazität der Wand
$A_{q,w}$		0.002482	m^2	Querschnittsfläche der Wand
$A_{q,sf}$		0.005082	m^2	Sekundärseitige Querschnittsfläche
A		1.1	m^2	Wärmeübertragungsfläche
α_h	*	500	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient überhitztes Kältemittel
α_{2ph}	*	4000	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient zweiphasiges Kältemittel
α_k	*	500	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient unterkühltes Kältemittel
α_{sf}	*	2000	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient Sekundärfluid (Wasser)
Verdampfer und Sammler				
V		0.003347	m^3	Kältemittelseitiges Volumen
C_w		3088	J/K	Wärmekapazität der Wand
A		1.3	m^2	Wärmeübertragungsfläche
α	*	2000	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient Kältemittel
α_{sf}	*	1000	$W/m^2\ K$	Wärmeübergangskoeffizient Sekundärfluid (Wasser/Glykol)
Expansionsventil				
$A_{eff,0}$	*	$3.1927 \cdot 10^{-7}$	m^2	Effektive minimale Öffnungsfläche
$A_{eff,1}$	*	$8.0892 \cdot 10^{-7}$	m^2	Effektive maximale Öffnungsfläche
Verdichter				
V		$10 \cdot 10^{-6}$	m^3	Kältemittelseitiges Volumen
A_{ein}	*	$2 \cdot 10^{-5}$	m^2	Kleinste Querschnittsfläche am Eintritt
A_l	*	$6 \cdot 10^{-7}$	m^2	Leckage Querschnittsfläche
V_{hub}		$33 \cdot 10^{-6}$	m^3	Hubvolumen
r_R		0.01	m	Mittlerer Reibradius
a_R	*	59.02	W	Reibkoeffizient
b_R	*	1.45		Reibexponent
U		288	V	Spannung der Gleichstromquelle
R_m	*	1	Ω	Innenwiderstand des Elektromotors

Tabelle 4.1.: Parameterwerte des Modells einer Kompressionskältemaschine. An Messdaten angepasste Parameter sind mit * gekennzeichnet.

5 Experimentelle Untersuchungen einer Adsorptionskältemaschine

In diesem Kapitel wird zunächst der Aufbau eines Versuchsstands zum Betrieb einer Zweibett-Adsorptionskältemaschine beschrieben. In Abschnitt 5.1 werden die Kernkomponenten der Kältemaschine vorgestellt. Auf die zum Prüfstandbetrieb notwendigen Sekundärkomponenten wird in Abschnitt 5.2 eingegangen. Die verwendete Messtechnik wird in Abschnitt 5.3 beschrieben. Zur Abschätzung des Energieeffizienzpotenzials einer neuen Regelung werden in Abschnitt 5.4 die Ergebnisse von Experimenten vorgestellt. Eine Anpassung des in Kapitel 3 hergeleiteten dynamischen Systemmodells auf reale Messdaten geschieht schließlich in den Abschnitten 5.5 und 5.6.

Diese Anlage wird später in Kapitel 9 zur Erprobung neuartiger Regelungsmethoden verwendet.

5.1. Komponenten des Kältekreislaufs

In Abbildung 5.1 ist der Aufbau des Prüfstands schematisch dargestellt. Das verwendete Kältemittel ist Wasser und das Sorbens Silikagel Grace 127B. Die vier Wärmeübertrager des Kältekreislaufs Adsorber 1 und 2, Kondensator und Verdampfer sind Prototypen, die am Lehrstuhl für technische Thermodynamik der RWTH Aachen entworfen und gefertigt wurden.

Die beiden **Adsorber** bestehen aus jeweils 15 außenberippten Kupferrohren der Länge 1 m und einem Innendurchmesser von 21.7 mm. Auf der Innenseite werden die Rohre von dem Wärme zu- oder abführenden Sekundärfluid seriell durchströmt. Außen sind die Zwischenräume der Lamellen mit 9.7 kg Silikagelpellets pro Adsorber befüllt. Ein feinmaschiges Edelstahlnetz hindert die Pellets am Herausfallen. Die einzelnen Adsorberrohre sind senkrecht in ein zylindrisches Edelstahlgehäuse eingebaut.

Der **Verdampfer** besteht aus niedrigberippten Kupferrohren, die in einem rechteckigen Edelstahlbehälter horizontal verbaut sind. Der Zwischenraum zwischen den Rippen beträgt lediglich 0.3 mm. Wie in Abbildung 5.3 dargestellt tauchen die Rohre außen teilweise

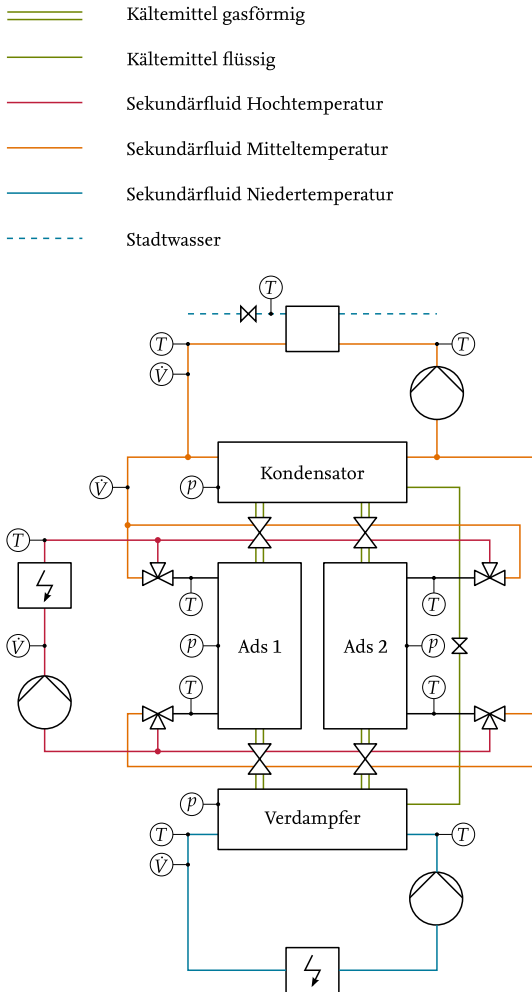


Abbildung 5.1.: Schema der prototypischen Adsorptionskältemaschine inklusive des zugehörigen Versuchsstands.

in flüssiges Kältemittel ein. Durch den Kapillareffekt wird das flüssige Kältemittel in den Rippenzwischenräumen nach oben transportiert und verdampft dabei. Weitere Details zu diesem Funktionsprinzip folgen in Abschnitt 5.5. Insgesamt sind 15 Rohre der Länge 0.65 m mit einem Innendurchmesser von 15.2 mm verbaut. Auf der Innenseite werden die Rohre vom Wärme abgebenden Sekundärfluid seriell durchströmt. Um ein Leerlaufen des Verdampfers zu detektieren sind am Boden des Edelstahlbehälters drei optoelektronische Niveauschalter angebracht.

Der **Kondensator** besteht aus einer glattwandigen Kupferrohrspirale, die senkrecht in einem zylindrischen Edelstahlbehälter verbaut ist. Das Rohr der Länge 4.4 m besitzt einen Innendurchmesser von 8 mm. Auf der Innenseite strömt das Wärme aufnehmende Sekundärfluid. Auf der Außenseite kondensiert Kältemitteldampf, tropft herunter und wird auf dem Boden des Edelstahlzylinders gesammelt. Um ein Leer- und Volllaufen des Kondensators zu detektieren sind auf zwei unterschiedlichen Höhen optoelektronische Niveauschalter angebracht.

Der **Kondensatrückfluss** vom Kondensator zum Verdampfer geschieht über einen PTFE-Schlauch und ein Magnetventil. Das Ventil ist elektronisch schaltbar und kann entweder manuell geöffnet oder automatisch in Abhängigkeit der Niveauschalter in Verdampfer und Kondensator bedient werden. Der automatische Modus ist mit einer elektronischen Schaltung umgesetzt, so dass das Magnetventil öffnet, wenn

- der Verdampfer leer ist und der Kondensator nicht leer ist, oder
- der Kondensator voll ist.

Die vier Wärmeübertrager sind mit **Kältemittelventilen** und Edelstahlrohren verbunden. Dabei werden ausschließlich Bauteile der Kleinflansch-Norm DIN 28403 für Vakuumtechnik eingesetzt. Bei den Ventilen handelt es sich um Schmetterlingsventile der Firma Schwarz Vakuumtechnik mit der Nennweite 40 mm, die pneumatisch geöffnet und geschlossen werden. Zur Steuerung des pneumatischen Antriebs werden Magnetventile eingesetzt und über Relais elektronisch geschaltet.

5.2. Sekundärseitige Komponenten

Alle vier Kältemittel-Wärmeübertrager – Verdampfer, Kondensator, Adsorber 1 und 2 – werden auf der Sekundärseite mit definierten Eintrittsbedingungen beaufschlagt. Das eingesetzte Medium ist in allen Kreisläufen Wasser. Der prinzipielle Aufbau der Sekundärkreisläufe ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Die drei Temperaturniveaus der Adsorptionskältemaschine werden durch getrennte Sekundärkreisläufe realisiert.

Dem **Verdampfer** wird über einen geschlossenen (Niedertemperatur) NT-Kreislauf Wärme zugeführt. Eine Pumpe sorgt für den nötigen Volumenstrom. Mit einem elektrischer Heizer wird die gewünschte Eintrittstemperatur am Verdampfer eingeregelt. Mit Hilfe eines vorgeschalteten Thyristorstellers kann die Leistung von 0 bis 8 kW kontinuierlich eingestellt werden.

Die Wärmeabfuhr am **Kondensator** erfolgt über den (Mitteltemperatur) MT-Kreislauf, der die Wärme wiederum über einen Plattenwärmeübertrager an Frischwasser aus dem Stadtwassernetz abgibt. Der Wärmestrom der Rückkühlung und damit die gewünschte Eintrittstemperatur am Kondensator kann über ein schrittmotorgesteuertes Ventil im Zulauf des Stadtwassers kontinuierlich eingestellt werden.

Die beiden **Adsorber** werden wechselseitig mit dem MT-Kreislauf zur Wärmeabfuhr und dem (Hochtemperatur) HT-Kreislauf zur Wärmezufuhr verbunden. Zur Umschaltung werden an Ein- und Auslass der Adsorber pneumatisch gesteuerte 3-Wege-Ventile eingesetzt. Zur Steuerung des pneumatischen Antriebs werden Magnetventile verwendet und über Relais elektronisch geschaltet. Die Adsorber sind im MT-Kreislauf parallel zum Kondensator angeordnet. Das bedeutet sie werden immer mit der gleichen Eintrittstemperatur wie der Kondensator beaufschlagt. Die Wärmezufuhr im HT-Kreislauf geschieht über einen elektrischen Heizer mit maximal 16 kW Leistung und vorgeschalteten Thyristorsteller.

5.3. Messstellen und Sensorik

Die Messstellen sind in Abbildung 5.1 mit unterschiedlichen Symbolen für die verschiedenen Messgrößen gekennzeichnet.

Sämtliche Messungen werden mit einem **Messdatenerfassungssystem** des Typs SCXI der Firma National Instruments durchgeführt. Die Temperatursignale werden in einem für Thermoelemente spezialisierten Messmodul SCXI-1102 und dem dazugehörigen isothermen Anschlussblock SCXI-1303 mit integrierter Kaltstellenkompensation erfasst. Die analogen Spannungssignale der Messumformer für Druck und Volumenstrom werden über ein zweites Messmodul SCXI-1102 mit Anschlussblock SCXI-1303 erfasst. Für die Schaltung der Magnetventile wird ein Halbleiter-Schaltmodul SCXI-1163R mit Anschlussblock SCXI-1326 eingesetzt. Die Thyristorsteller und die Schrittmotorsteuerung des Stadtwasserventils werden über analoge Spannungssignale angesteuert. Hierfür wird ein Modul RedLab 3106 USB der Firma Meilhaus Electronic eingesetzt.

Die Messdatenverarbeitung und -aufbereitung geschieht auf einem Windows PC innerhalb der Umgebung LabView. In dem erstellten Messprogramm sind auch alle Regler und Steuerungen für Ventile und Heizer implementiert.

Die **Temperaturmessung** erfolgt über Typ-K Mantelthermoelemente. Da Thermoelemente lediglich eine zur Temperaturdifferenz zwischen beiden Enden proportionale Spannung erzeugen, ist zur Bestimmung der absoluten Temperatur die Messung der Temperatur der Anschlussstelle am Messgerät erforderlich. Die Anschlusseinheiten SCXI-1303 haben eine interne Kaltstellenkompensation mit einer angegebenen Genauigkeit von ± 0.5 K im Temperaturbereich 15-35 °C, ansonsten ± 0.85 K. Die Messgenauigkeit der Thermoelemente selbst wird mit ± 1.1 K angegeben.

Für die **Druckmessung** werden Absolutdrucksensoren des Typs ED701 der Firma Baumer eingesetzt. Der Messbereich für die Adsorber und den Kondensator ist 0-600 mbar und für den Verdampfer 0-400 mbar. Die Genauigkeit beträgt jeweils ± 0.1 % des Messbereichs.

Die **Volumenströme** der Sekundärkreisläufe werden mit magnetisch-induktiven Durchflussmessern des Typs MIK der Firma Kobold Messring erfasst. Der Messbereich beträgt 1.6-32 l/min mit einer Genauigkeit von ± 2 % des Messbereichs.

5.4. Variation der Sorptionsdauer

Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben wird die Adsorptionskältemaschine als periodischer Prozess betrieben. Die verschiedenen Prozessabschnitte sind dadurch gekennzeichnet, dass die Ventile unterschiedlich geschaltet sind. Die Adsorber werden entweder mit dem HT- oder dem MT-Kreislauf verbunden – also geheizt oder gekühlt. Außer den Hauptprozessabschnitten, in denen Kältemittel ad- und desorbiert wird, gibt es deutlich kürzere isotherme Prozessabschnitte, in denen die Kältemittelventile zwischen Adsorber, Kondensator und Verdampfer geschlossen sind. Dabei werden die Adsorber jeweils durch Zu- oder Abfuhr von Wärme auf das neue Druckniveau gebracht. Eine genaue Definition der einzelnen Prozessabschnitte folgt in Kapitel 6 bei der Formulierung von Optimierungsproblemen.

Für das hier beschriebene Experiment wird die Dauer der Hauptprozessabschnitte, die Sorptionsdauer, für zwei verschiedene Randbedingungen variiert. Für den eingeschwungenen periodischen Zustand wird die mittlere Kälteleistung über mehrere Zyklen aus den Messdaten berechnet. In Abbildung 5.2 ist das Ergebnis aufgetragen.

Man erkennt deutlich, dass es ein Maximum der Kälteleistung bei einer bestimmten Sorptionsdauer gibt. Bei kleineren Sorptionsdauern fällt die Kälteleistung sehr schnell ab. Au-

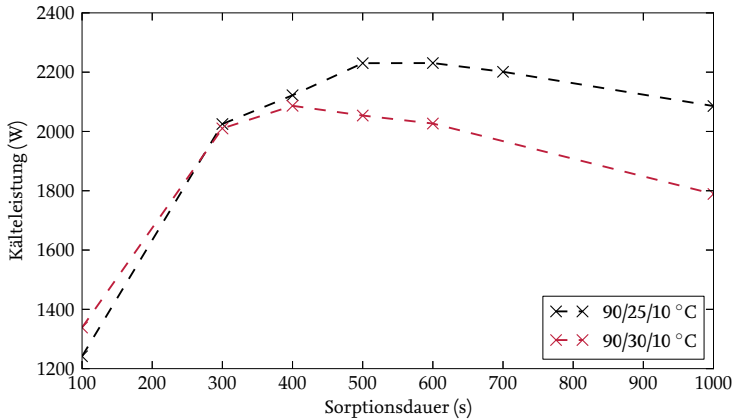


Abbildung 5.2.: Aus Messdaten berechnete durchschnittliche Kälteleistung bei veränderter Sorptionsdauer und Rückkühltemperatur.

ßerdem sieht man, dass die Lage des Maximums von den Randbedingungen abhängt. Bei einer Rückkühltemperatur von 25 °C wird die maximale Kälteleistung bei etwa 500 s und bei 30 °C bei 400 s erreicht. In Kapitel 9 wird eine neuartige Regelungsmethode vorgestellt, die das Kälteleistungsmaximum unter wechselnden Randbedingungen zuverlässig einstellt.

5.5. Wärmeübergang bei der Verdampfung

Gegenüber den bei der konventionellen Kältetechnik verwendeten Kältemitteln weist das bei Adsorptionskältetechnik häufig verwendete Kältemittel Wasser einen deutlich niedrigeren Dampfdruck auf. Bei den üblichen Verdampfungstemperaturen 0-10 °C hat Wasser einen Druck von lediglich 6-12 mbar. Die Steigung der Dampfdruckkurve ist in diesem unteren Bereich sehr gering. Die für Blasensieden minimal erforderliche Wandüberhitzung lässt sich durch

$$\Delta T_w = T_w - T^s = \frac{2\sigma}{r} \frac{1}{\frac{dp^s}{dT}} \quad (5.1)$$

abschätzen (Baehr u. Stephan, 2006). Wobei σ die Oberflächenspannung von Wasser und r den Radius von Kavitäten in der Wandoberfläche als mögliche Keimstellen beschreibt.

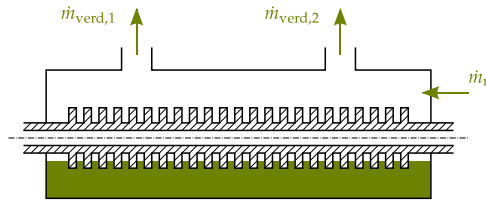


Abbildung 5.3.: Skizze des verwendeten Verdampfers. Außenberippte Rohre sind teilweise in das flüssige Kältemittel eingetaucht. Durch Kapillareffekte bildet sich ein dünner Flüssigkeitsfilm auf der Rohroberfläche zwischen den Rippen.

Die geringe Steigung der Dampfdruckkurve dp^*/dT führt dazu, dass Blasensieden und der damit verbundene gute Wärmeübergang erst bei unbrauchbar hohen Wandüberhitzungen auftreten würde. Zum Beispiel würde bei 5°C Verdampfungstemperatur und 0.1 mm Kavitätenradius eine Wandüberhitzung von 25 K notwendig sein.

Um den vergleichsweise schlechten Wärmeübergang im Verdampfer von Adsorptionskältemaschinen mit dem Kältemittel Wasser zu verbessern, werden verschiedene Ansätze vorgeschlagen. Xia u. a. (2008) zeigt experimentell, dass außenberippte Rohre mit kleinem Rippenabstand und niedriger Rippenhöhe, den Wärmeübergang deutlich erhöhen können. Dabei verlaufen die Rohre wie in Abbildung 5.3 skizziert parallel zur Oberfläche des Flüssigkeitsspiegels und sind nur teilweise eingetaucht. Durch Kapillareffekte bildet sich ein Flüssigkeitsfilm auf der Rohroberfläche zwischen den Rippen, der sehr gute Verdampfungseigenschaften aufweist. Bezogen auf die äußere Rohroberfläche ohne Rippen werden Wärmedurchgangskoeffizienten von bis zu $3500\text{ W/m}^2\text{ K}$ gemessen. In Xia u. a. (2009) werden die physikalischen Grundlagen dieses Verdampferprinzips diskutiert und mit den entwickelten mathematischen Modellen der Einfluss von geometrischen Parametern auf den Wärmeübergang untersucht.

Lanzerath u. a. (2011) schlagen eine durch thermische Beschichtungsverfahren mikrostrukturierte Oberfläche zur weiteren Verbesserung des Wärmeübergangs vor. Es werden Experimente mit verschiedenen unbeschichteten und beschichteten Rohren beschrieben. Bei unbeschichteten Rippenrohren werden die Ergebnisse von Xia u. a. (2008) bestätigt. Durch die vorgeschlagene Beschichtung kann der Wärmeübergang allerdings noch weiter gesteigert werden. Beschichtete Glattrohe ohne Rippen erreichen bereits eine Verbesserung von 15% gegenüber unbeschichteten Rippenrohren. Ein Rippenrohr mit einer zusätzlichen Beschichtung führt sogar zu einer Verbesserung von 55% .

Bei der in dieser Arbeit untersuchten Adsorptionskältemaschine ist ein Verdampfer mit

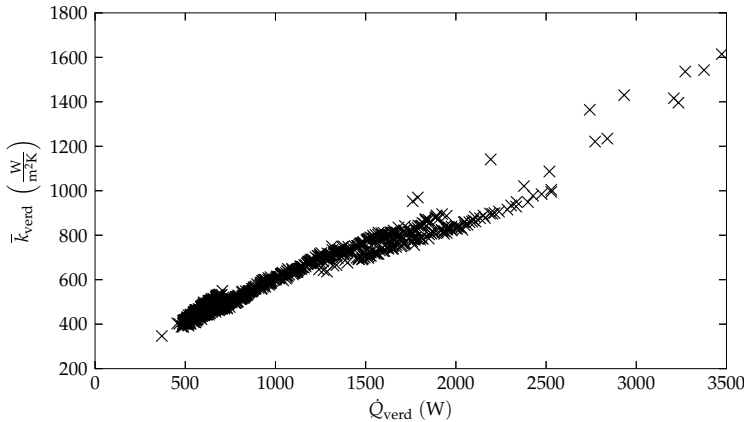


Abbildung 5.4.: Aus Messdaten bestimmter Wärmedurchgangskoeffizient des Verdampfers über dem zugehörigen Wärmestrom.

außenberippten Kupferrohren ohne Beschichtung nach dem in Abbildung 5.3 skizzierten Konstruktionsprinzip verbaut. Im Folgenden werden durch die Auswertung von Messdaten Modellparameter identifiziert, die den Wärmeübergang im Verdampfer beschreiben.

Zwar befindet sich eine Adsorptionskälteanlage durch das ständige Umschalten der Betriebsmodi nie in einem stationären Zustand, aber für die Bestimmung der Wärmedurchgangskoeffizienten wird Quasistationarität angenommen. Lanzerath u. a. (2011) legen die gleiche Annahme zu Grunde und zeigen, dass der Fehler durch die Vernachlässigung transients Effekte für typische Randbedingungen maximal 11 % beträgt. Wobei zu beachten ist, dass der maximale Fehler nur direkt nach dem Umschalten der Betriebsmodi und den dann herrschenden hohen Temperaturgradienten auftritt. Während dem größten Teil eines Zyklus ist der Fehler deutlich geringer.

Der im Verdampfer übertragene Wärmestrom ergibt sich aus einer quasistationären Energiebilanz um das Sekundärfluid

$$\dot{Q} = (\dot{V} \rho c_p)_{\text{sf}} (T_{\text{sf,ein}} - T_{\text{sf,aus}}) \quad (5.2)$$

und kann damit direkt aus Messdaten sowie Stoffdaten für Dichte und Wärmekapazität berechnet werden.

Bei Vernachlässigung des Wärmeleitwiderstands der Rohrwand kann der gesamte Wärmedurchgangswiderstand als Reihenschaltung zweier Wärmeübergangswiderstände aufgefasst werden. Als Bezugsfläche wird für alle Widerstände die gesamte Innenoberfläche der Rohre gewählt. Damit folgt

$$\frac{1}{\bar{k}} = \frac{1}{\bar{\alpha}_{sf}} + \frac{1}{\alpha}. \quad (5.3)$$

Dabei ist zu beachten, dass für den äußeren Wärmeübergangskoeffizienten $\bar{\alpha}_{sf}$ die Differenz zwischen Eintritts- und Wandtemperatur ($T_{sf,ein} - T_w$) als treibende Temperaturdifferenz definiert ist, siehe Gleichung (3.19). Es handelt sich also nicht um den tatsächlichen lokalen Wärmeübergangskoeffizienten, sondern um eine umgerechnete Größe – gekennzeichnet durch den Überstrich. Die Herleitung dieser Umrechnung ist in Anhang A beschrieben und ist vergleichbar mit der Verwendung der logarithmischen Temperaturdifferenz.

Damit Gleichung (5.3) gültig ist, muss auch der Wärmedurchgangskoeffizient \bar{k} über die Eintrittstemperatur des Sekundärfluides definiert sein. Es gilt

$$\dot{Q} = \bar{k}A (T_{sf,ein} - T). \quad (5.4)$$

Die Kältemitteltemperatur T wird über die Dampfdruckkurve von Wasser aus dem gemessenen Druck berechnet. Mit dem aus Gleichung (5.2) bestimmten Wärmestrom, Gleichung (5.4) und bekannter Bezugsfläche A kann somit der Wärmedurchgangskoeffizient aus Messdaten bestimmt werden.

In Abbildung 5.4 sind die so errechneten Werte für eine exemplarische Messung über dem dazugehörigen Wärmestrom aufgetragen. Man erkennt deutlich, dass der Wärmedurchgangskoeffizient mit zunehmendem Wärmestrom steigt.

Es ist allgemein bekannt, dass bei Verdampfungsprozessen der Wärmeübergang mit steigendem Wärmestrom verbessert wird. In veröffentlichten Korrelationen zur Bestimmung des Wärmeübergangs wird daher häufig eine flächenspezifische Wärmestromdichte \dot{q} definiert. Aus experimentellen Untersuchungen bestimmte Abhängigkeiten beim Blasensieden lassen sich zum Beispiel mit $\alpha \sim \dot{q}^{3/4}$ näherungsweise beschreiben (Baehr u. Stephan, 2006).

Zwar lassen die in Abbildung 5.4 dargestellten Messungen erkennen, dass auch hier eine Abhängigkeit zwischen α und \dot{q} vorliegt. Allerdings zeigen die oben beschriebenen Auswertungen der Gleichung (5.1), dass kein Blasensieden im klassischen Sinn vorliegen

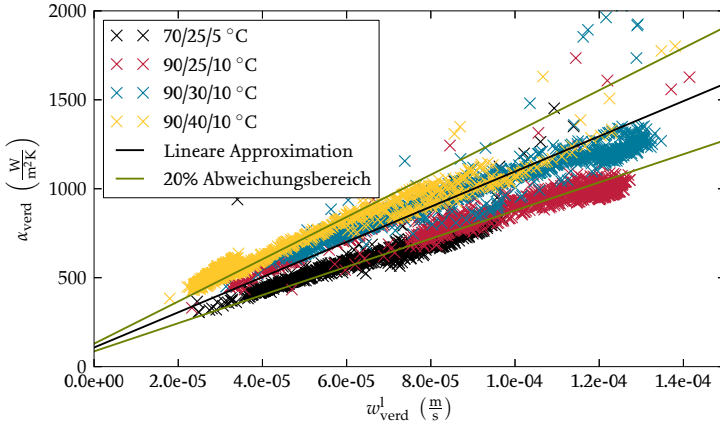


Abbildung 5.5.: Scheinbarer Wärmeübergangskoeffizient des Kältemittels im Verdampfer in Abhängigkeit der scheinbaren Geschwindigkeit des flüssigen verdampfenden Kältemittels. Dargestellt sind berechnete Werte aus Messungen bei verschiedenen Temperaturrandbedingungen sowie die entwickelte lineare Näherungsfunktion.

kann. Eine mögliche Erklärung für die beobachtete Abhängigkeit kann dadurch gegeben werden, dass der dominierende Wärmetransportmechanismus bei der Verdampfung der konvektive Wärmeübergang zwischen der Kapillarströmung des flüssigen Kältemittels und der Rohrwand ist. Mit zunehmender Kälteleistung steigt auch der Massenstrom des nachströmenden flüssigen Kältemittels und damit dessen Geschwindigkeit sowie der konvektive Wärmeübergang.

Geht man also davon aus, dass die zum Wärmestrom proportionale Geschwindigkeit w des verdampfenden flüssigen Kältemittels maßgeblich den Wärmeübergang bestimmt, ergeben sich Abhängigkeiten von näherungsweise $\alpha \sim w^{4/5} \sim \dot{q}^{4/5}$ (konvektiver Wärmeübergang bei turbulenter Strömung, Baehr u. Stephan (2006)). Eine detaillierte Untersuchung zu den beteiligten Wärmeübergangsmechanismen und die Entwicklung geeigneter Korrelationen geht über den Fokus dieser Arbeit hinaus. Um den beobachteten Effekt mit möglichst geringer Modellkomplexität und Rechenzeit berücksichtigen zu können, wird ein linearer Zusammenhang zwischen Wärmeübergangskoeffizient und der scheinbaren Geschwindigkeit des verdampfenden flüssigen Kältemittels w_{verd}^l angenommen

$$\alpha_{\text{verd}} = \alpha_{\text{verd}}^{\text{sen}} + \alpha_{\text{verd}}^{\text{lat}} \frac{w_{\text{verd}}^l}{w_{\text{ref}}}. \quad (5.5)$$

Die konstanten Koeffizienten dieser Korrelation sind der Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{\text{verd}}^{\text{sen}}$ bei keinem Verdampfungs Massenstrom (sensibel) und der zu einer Referenzgeschwindigkeit w_{ref} gehörende Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{\text{verd}}^{\text{lat}}$ bei Verdampfung (latent).

Zur Auswertung der Messdaten wird wie in Gleichung (3.17) die Geschwindigkeit aus dem Massenstrom bestimmt. Bezugsfläche ist die gesamte freie Querschnittsfläche zwischen den Rippen. Der Massenstrom des verdampfenden Kältemittels \dot{m}^l folgt aus einer quasi-stationären Energiebilanz

$$\dot{m}^l = \frac{\dot{Q}}{h^g - h^l}. \quad (5.6)$$

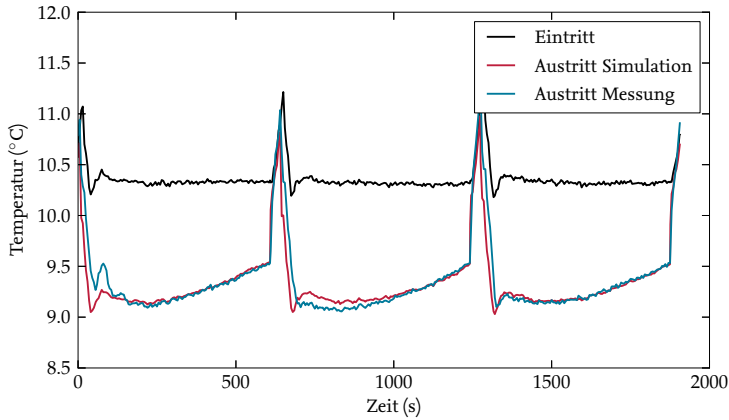
Um nun aus dem Wärmedurchgangskoeffizienten \bar{k} auf den Wärmeübergangskoeffizienten der Verdampfung zu schließen, berechnen wir zunächst aus der Korrelation von Gnielinski (1975) den Wärmeübergangskoeffizienten α_{sf} des Sekundärfluides. Mit dem in Anhang A beschriebenen Ansatz kann daraus der scheinbare Wärmeübergangskoeffizient $\bar{\alpha}_{\text{sf}}$ und mit Gleichung (5.3) schließlich das gesuchte α berechnet werden. Das Resultat der so analysierten Messdaten ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Koeffizienten des linearen Zusammenhangs werden an diese Daten angepasst. Die resultierende lineare Funktion ist ebenfalls in Abbildung 5.5 dargestellt.

5.6. Experimentelle Modellkalibrierung

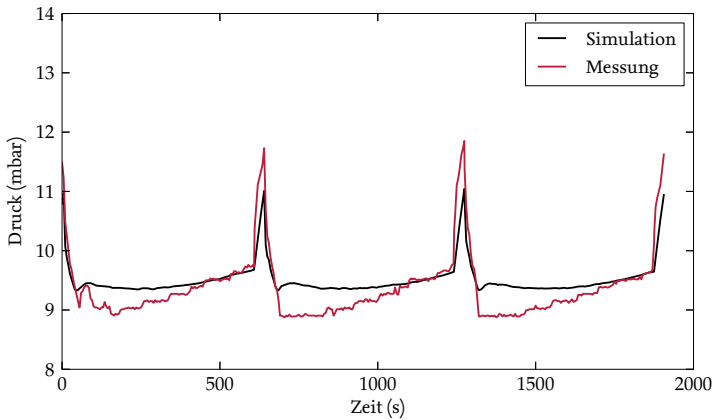
Um das in Kapitel 3 hergeleitete dynamische Modell einer Adsorptionskältemaschine zu validieren und die freien Parameter anzupassen, werden relevante Messgrößen mit Simulationsergebnissen verglichen. Als Vergleichsgrundlage dient eine kontinuierliche Messung über mehrere Zyklen mit den Temperaturniveaus 90/30/10 °C.

Das Modell (3.53) ist in der objektorientierten und gleichungsbasierten Modellierungssprache *Modelica* implementiert. Mit der Modellierungs- und Simulationsumgebung *Dymola* werden Simulationsrechnungen durchgeführt. Dabei wird der DAE Löser *Dassl* mit einer Genauigkeit von 10^{-4} verwendet.

Wie auch bei der Parameteranpassung des Kompressionskälte-Modells in Abschnitt 4.5 erweist sich bei der Adsorptionskältemaschine eine gemeinsame Anpassung aller freien Parameter anhand des Gesamtmodells als zielführend. Eine Ausnahme stellt die in Abschnitt 5.5 beschriebene Bestimmung des Wärmeübergangs im Verdampfer dar. Die Ergebnisse der Parameteranpassung sind in Abbildungen als Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Verläufen über der Zeit für relevante Größen dargestellt. Für

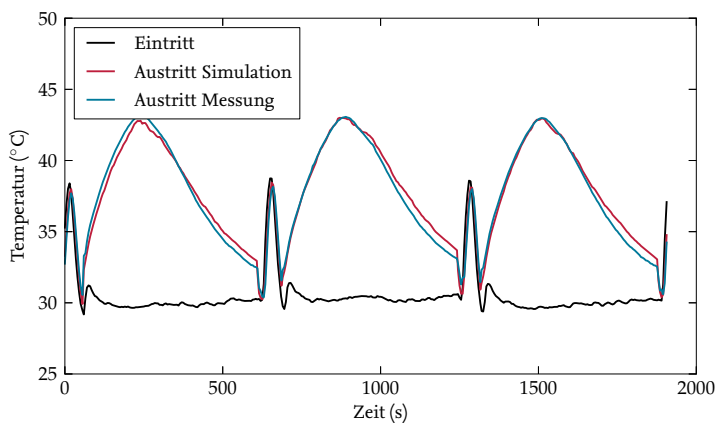


(a) Temperaturen des Sekundärfluides

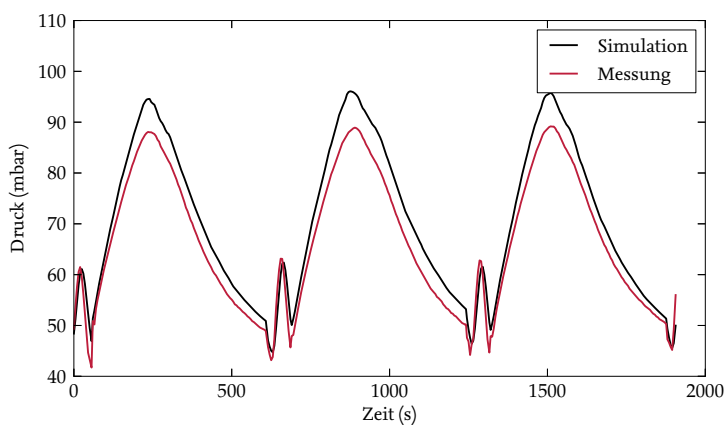


(b) Druck des Kältemittels

Abbildung 5.6.: Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Verdampfer.

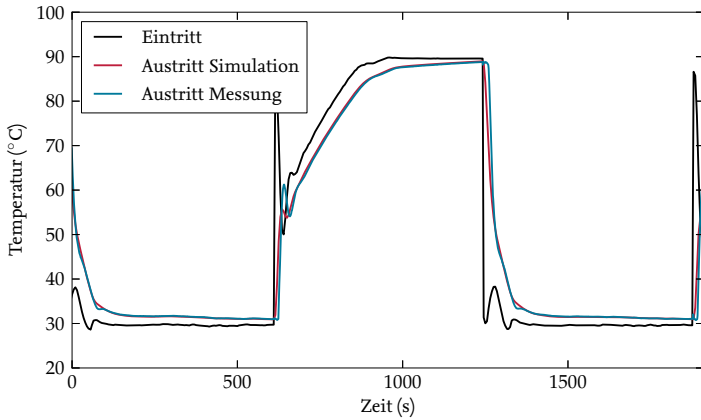


(a) Temperaturen des Sekundärfluides

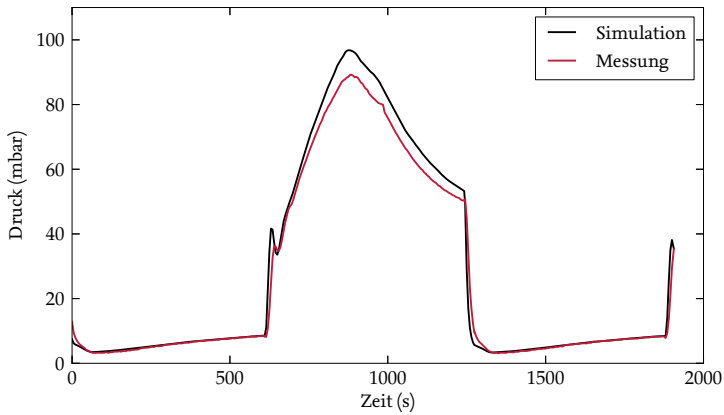


(b) Druck des Kältemittels

Abbildung 5.7.: Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Kondensator.



(a) Temperaturen des Sekundärfluides



(b) Druck des Kältemittels

Abbildung 5.8.: Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Adsorber 1.

die Anwendung des Modells zum Entwurf von kälteleistungsmaximierenden Regelungen werden folgende Messgrößen als wichtig erachtet:

- Druck im Verdampfer (Abbildung 5.6(b)),
- Druck im Kondensator (Abbildung 5.7(b)),
- Drucke im Adsorber (Abbildung 5.8(b)),
- Temperatur des Sekundärfluides am Verdampferaustritt (Abbildung 5.6(a)),
- Temperatur des Sekundärfluides am Kondensatoraustritt (Abbildung 5.7(a)),
- Temperatur des Sekundärfluides am Adsorberaustritt (Abbildung 5.8(a)).

Die Drücke charakterisieren sehr stark den Zustand des Prozesses. Die Austrittstemperatur am Verdampfer entspricht bei konstanter Eintrittstemperatur der Kälteleistung. Für die in dieser Arbeit behandelte Aufgabe, Kälteleistungsmaximierung, ist sie daher eine zentrale Größe. Mit den Austrittstemperaturen von Adsorber und Kondensator wird die Gesamtenergiebilanz des Kreislaufs geschlossen.

In Tabelle 5.1 sind die resultierenden Parameterwerte übersichtlich dargestellt. Die mit einem Stern gekennzeichneten Parameter sind freie Parameter bei der Modellanpassung. Alle anderen Parameter sind exakt bekannt oder werden als bekannt angenommen und bei der Parameteranpassung nicht verändert.

Symbol	Wert	Einheit	Beschreibung
Adsorber			
m^f	9.7	kg	Masse an trockenen Adsorbens
c^f	1000	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität des trockenen Adsorbens
c_w	380	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität der Wärmeübertragerwand
kA *	1500	W/K	Wärmeübergangskoeffizient von der Wand an das Adsorbens
m_w	43.4	kg	Metallmasse der Wärmeübertragerwand
A	1.0226	m ²	Sekundärseitige Wärmeübertragungsfläche
d_{ads}	21.7	mm	Innendurchmesser der Rohre
L_{ads}	15	m	Gesamtlänge der Rohre
Verdampfer			
V	5.88	l	Kältemittelseitiges Volumen
α^{sen} *	107.39	W/m ² K	Sensibler Wärmeübergangskoeffizient von der Wand an das Kältemittel
α^{lat} *	1484.2	W/m ² K	Latenter Wärmeübergangskoeffizient von der Wand an das Kältemittel
w_{ref}	$1.5 \cdot 10^{-4}$	m/s	Referenzgeschwindigkeit für den latenten Wärmeübergang
A	0.46558	m ²	Wärmeübertragungsfläche
m_w	1.11	kg	Metallmasse der Wärmeübertragerwand
c_w	380	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität der Wärmeübertragerwand
d	15.2	mm	Innendurchmesser der Rohre
L	9.75	m	Gesamtlänge der Rohre
Kondensator			
V	2.91	l	Kältemittelseitiges Volumen
αA *	6000	W/K	Kältemittelseitiger Wärmeübergangskoeffizient
m_w	1.11	kg	Metallmasse der Wärmeübertragerwand
c_w	380	J/kg K	Spezifische Wärmekapazität der Wärmeübertragerwand
A	0.11058	m ²	Sekundärseitige Wärmeübertragungsfläche
d	8.0	mm	Innendurchmesser des Rohrs
L	4.4	m	Gesamtlänge des Rohrs
Kältemittelventile			
A_{eff} *	670	mm ²	Effektiver Strömungsquerschnitt

Tabelle 5.1.: Parameterwerte des Modells einer Adsorptionskältemaschine. An Messdaten angepasste Parameter sind mit * gekennzeichnet.

6 Formulierung und Lösung von Optimalsteuerungsproblemen

In diesem Kapitel werden basierend auf den dynamischen Systemmodellen aus Kapitel 2 und 3 Optimierungsprobleme formuliert. Zunächst werden in Abschnitt 6.1 einige mathematische Grundlagen und Definitionen beschrieben. In Abschnitt 6.2 wird ein Überblick über existierende numerische Lösungsmethoden gegeben, wobei auf die in dieser Arbeit verwendete Lösungsmethode am detailliertesten eingegangen wird. Sowohl bei der Problemformulierung als auch bei der Beschreibung der Lösungsmethoden wird kein Anspruch auf Vollständigkeit gestellt. Vielmehr soll der Text als Einführung in das Thema verstanden werden. Für weiterführende Informationen wird an verschiedenen Stellen auf geeignete Literatur verwiesen. Schließlich werden für die beiden Anwendungsfälle Kompressionskälte (Abschnitt 6.3) und Adsorptionskälte (Abschnitt 6.4) relevante Optimierungsprobleme formuliert. Konkrete numerische Ergebnisse der Optimierungsrechnungen werden in den folgenden Kapiteln 8 und 9 präsentiert.

6.1. Formulierung von Optimalsteuerungsproblemen

Optimierungsprobleme sind mathematische Aufgabenstellungen, bei denen aus mehreren möglichen Lösungen diejenige gefunden werden soll, für die der Wert einer Zielfunktion Φ minimal ist. Eine Vielzahl von technischen Aufgabenstellungen lassen sich als Optimierungsproblem formulieren. Dabei lassen sich Optimierungsprobleme nach ihrer mathematischen Struktur in verschiedene Klassen unterteilen. Um effiziente numerische Lösungsalgorithmen für ein gegebenes Problem zu finden, ist es von sehr großer Bedeutung, zu wissen zu welcher Klasse das Problem gehört.

Üblicherweise werden Optimierungsprobleme, die direkt mit Algorithmen der numerischen Optimierung gelöst werden können als *Programme* bezeichnet. Eine sehr weit gefasste allgemeine Klasse hiervon sind *Nichtlineare Programme* (NLP). Gesucht werden Werte für den Vektor ξ , die zumindest lokal den minimal möglichen Funktionswert $\Phi(\xi)$ liefern.

Zusätzlich müssen eventuell vorhandene Gleichheits- und Ungleichheitsbedingungen erfüllt sein. Mathematisch lässt sich das ausdrücken als

$$\min_{\xi} \quad \Phi(\xi) \quad (6.1a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{0} \leq c(\xi). \quad (6.1b)$$

Dabei ist $\xi \in \mathbb{R}^n$. Die nichtlineare Funktion $\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ wird oft als Zielfunktion oder Kostenfunktion bezeichnet. $c : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ fasst die Nebenbedingungen zusammen. Beide Funktionen Φ und c seien mindestens zweimal stetig differenzierbar.

Für spezielle mathematische Strukturen dieser Funktionen gibt es wiederum Unterkategorien mit maßgeschneiderten Lösungsalgorithmen. Als Beispiel seien *Lineare Programme* und *Quadratische Programme* erwähnt. Eine Übersicht zu verschiedenen Problemklassen und verfügbaren Lösungsalgorithmen ist in dem Lehrbuch Nocedal u. Wright (2006) oder dem Vorlesungsskript Diehl (2012) zu finden.

Die Funktionen in (6.1) sind rein statisch. Für Optimierungsaufgaben aus dem Bereich der Regelungstechnik, wie sie in dieser Arbeit behandelt werden, ist diese Beschreibungsform allerdings nicht ausreichend. Hier ist das dynamische Verhalten eines technischen Systems von Interesse, welches durch Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Wir diskutieren die angewendeten Methoden im Folgenden anhand eines gewöhnlichen expliziten Differentialgleichungssystems (ODE) der Form

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t), d). \quad (6.2)$$

Im Vektor x sind alle Zustände der Differentialgleichung zusammengefasst. Die kontinuierlichen Stellgrößen des Prozesses werden mit u bezeichnet. Die unabhängige Variable ist die Zeit t . Der Vektor d fasst alle auf den Prozess wirkenden Störgrößen zusammen. Da wir stets davon ausgehen, dass sich die Störgrößen innerhalb eines Optimierungsproblems nicht ändern, wird die Zeitabhängigkeit von d vernachlässigt. Zu dieser Kategorie von ODE Systemen gehört auch das in Kapitel 2 hergeleitete Modell einer Kompressionskältemaschine (2.85).

Eine häufig auftretende technische Fragestellung ist die nach der bestmöglichen Steuerung eines gegebenen Systems. Präziser ausgedrückt werden die optimalen Verläufe der

Steuerungen $u(t)$ über einem definierten Zeithorizont $\mathcal{T} := [t_0, t_f]$ gesucht. Übliche Bewertungsgrößen dabei sind Abweichungen geregelter Prozessgrößen von ihren Sollwerten oder Effizienzmaße wie der energetische Wirkungsgrad des Prozesses.

Diese Fragestellung kann als Optimierungsproblem formuliert werden – ein sogenanntes *Optimalsteuerungsproblem* (engl. optimal control problem, OCP). Ausführliche Einführungen in die Theorie der Optimalsteuerung können in Bryson u. Ho (1979) und Betts (2001) gefunden werden. Die in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete OCP Klasse kann definiert werden als

$$\min_{x(\cdot), u(\cdot)} \Phi(x(\cdot), u(\cdot), d) \quad (6.3a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t), d) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.3b)$$

$$0 \leq c(x(t), u(t), d) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.3c)$$

$$0 = x(0) - x_0. \quad (6.3d)$$

Im Gegensatz zu den NLP wird bei diesen Optimierungsproblemen kein Vektor endlicher Dimension gesucht, sondern Trajektorien $x(\cdot), u(\cdot)$, für die eine gegebene Kostenfunktion $\Phi(\cdot)$ minimal wird. Gleichzeitig müssen die Trajektorien optionale Pfadbeschränkungen (6.3c) als auch die Differentialgleichung (6.3b) erfüllen – also eine Lösung der ODE sein. Die Pfadbeschränkungen können zum Beispiel Grenzen für bestimmte Prozessgrößen wie Temperaturen oder Drücke sein. Die Initialwerte der differentiellen Zustände x_0 seien bekannt und werden mit der Nebenbedingung (6.3d) berücksichtigt.

Auf Basis von OCP der Art (6.3) kann eine *Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung* (engl. nonlinear model predictive control, NMPC) entworfen werden. Durch wiederholtes Lösen von OCP mit auf Basis von Messdaten aktualisierten Anfangswerten x_0 werden optimale Stellgrößen für den Prozess berechnet. Details zu NMPC folgen in Kapitel 8.

Die Problemklasse (6.3) wird in dieser Arbeit zur Formulierung von Optimalsteuerungsproblemen für eine Kompressionskältemaschine verwendet. Für die Anwendung Adsorptionskältemaschine wird diese Basisproblemklasse in mehrere Richtungen erweitert. Der besseren Lesbarkeit wegen, wird die numerische Lösung von OCP im folgenden Abschnitt 6.2 allerdings ausschließlich anhand der Problemklasse (6.3) diskutiert. Daher kann der Rest dieses Abschnitts auch übersprungen werden, ohne dass der Gesamtzusammenhang verloren geht.

Algebro-Differentialgleichungen

Das in Kapitel 3 hergeleitete dynamische Modell einer Adsorptionskältemaschine (3.53) ist ein System von *Algebro-Differentialgleichungen* (engl. differential algebraic equations, DAE) vom Index 1. Zusätzlich zu den differentiellen Zuständen x , gibt es algebraische Zustände z , die durch das Lösen impliziter Gleichungen bestimmt werden müssen. Wir betrachten semi-explizite DAE der Form

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), z(t), u(t)), \quad (6.4a)$$

$$0 = g(x(t), z(t), u(t)). \quad (6.4b)$$

Es sei angemerkt, dass sich die in Abschnitt 6.2 beschriebenen Methoden auch auf vollständig implizite DAE anwenden lassen.

Mehrstufige Prozesse

Der periodische Betrieb einer Adsorptionskältemaschine kann als *mehrstufiger* Prozess beschrieben werden. Ein mehrstufiger Prozess ist allgemein durch die Definition von s Prozessabschnitten, den Stufen, gekennzeichnet, die in einer festen zeitlichen Reihenfolge nacheinander ablaufen. Die Längen der einzelnen Stufen werden in dem Vektor $h \in \mathbb{R}^s$ zusammengefasst. Die Zeitpunkte zwischen den Stufen werden mit \tilde{t} bezeichnet und die Prozessabschnitte $k \in \{1, \dots, s\}$ sind definiert durch

$$\mathcal{T}_k := [\tilde{t}_{k-1}, \tilde{t}_k] \subset \mathbb{R}, \quad \tilde{t}_0 := 0, \quad \tilde{t}_k := \sum_{j=1}^k h_j. \quad (6.5)$$

Der gesamte Zeithorizont wird weiterhin mit \mathcal{T} bezeichnet. Folglich gilt

$$\mathcal{T} := [\tilde{t}_0, \tilde{t}_s] \subset \mathbb{R}. \quad (6.6)$$

Innerhalb der einzelnen Prozessabschnitte gelten unterschiedliche DAE

$$\frac{dx}{dt}(t) = f_k(x(t), z(t), u(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}_k, \quad (6.7a)$$

$$0 = g_k(x(t), z(t), u(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}_k. \quad (6.7b)$$

Für allgemeine mehrstufige Prozesse können an den Übergängen von einer zur nächsten Stufe zusätzliche Übergangsfunktionen definiert werden. So können zum Beispiel Sprünge in den Zuständen oder sogar Änderungen der Zustandsvektoren x, z inklusive deren Dimensionen berücksichtigt werden. Übergangsfunktionen sind für die in dieser Arbeit betrachteten Anwendungen nicht notwendig und werden aufgrund besserer Lesbarkeit weggelassen. Vielmehr wird vorausgesetzt, dass die Zustandsvektoren in allen Stufen identisch sind und die Zustandstrajektorien $x(\cdot)$ über Stufengrenzen hinweg stetig sind.

Gekoppelte Punktbedingungen

Die letzte Erweiterung der Problemklasse besteht darin, dass Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen für die Zustandsvektoren an bestimmten Zeitpunkten berücksichtigt werden. In einer Nebenbedingung können dabei Zustände von verschiedenen Zeitpunkten auftreten. Das bedeutet, Zustände zu unterschiedlichen Zeitpunkten können über Nebenbedingungen miteinander gekoppelt sein. In dieser Arbeit beschränken wir uns auf die Zeitpunkte zwischen den Stufen \tilde{t} und formulieren die gekoppelten Punktbedingungen als

$$0 \leq r(\{x(\tilde{t}_i)\}, \{z(\tilde{t}_i)\}), \quad i \in \{0, \dots, s\}. \quad (6.8)$$

Erweiterte Problemklasse

Die um die zuvor beschriebenen Elemente erweiterte OCP Klasse kann geschrieben werden als

$$\min_{\substack{x(\cdot), u(\cdot), \\ z(\cdot), h}} \Phi(x(\cdot), z(\cdot), u(\cdot), h) \quad (6.9a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f_k(x(t), z(t), u(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}_k, \quad k \in \{1, \dots, s\}, \quad (6.9b)$$

$$0 = g_k(x(t), z(t), u(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}_k, \quad k \in \{1, \dots, s\}, \quad (6.9c)$$

$$0 \leq c_k(x(t), z(t), u(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}_k, \quad k \in \{1, \dots, s\}, \quad (6.9d)$$

$$0 \leq r(\{x(\tilde{t}_i)\}, \{z(\tilde{t}_i)\}), \quad i \in \{0, \dots, s\}. \quad (6.9e)$$

Bei dem OCP (6.9) handelt es sich um ein mehrstufiges Optimalsteuerungsproblem mit s Stufen. Die Längen der Stufen h sind nicht konstant, sondern frei zur Optimierung.

Eventuell vorhandene Initialwertbedingungen wie Gleichung (6.3d) sind in den neu eingeführten gekoppelten Punktbedingungen (6.9e) enthalten.

6.2. Numerische Lösung von Optimalsteuerungsproblemen

Optimalsteuerungsprobleme der Form (6.3) sind nicht unmittelbar mit numerischen Verfahren lösbar. Stellt man sich die gesuchten kontinuierlichen Trajektorien als Menge aus unendlich vielen einzelnen Punkten vor, wird klar, dass es sich bei einem OCP um ein unendlich-dimensionales Optimierungsproblem handelt. Analytische Lösungen dafür herzuleiten, ist nur für sehr einfache Unterklassen möglich. Für die meisten realen Probleme ist nur eine genäherte numerische Lösung möglich.

Innerhalb der letzten Jahrzehnte wurden verschiedene Methoden entwickelt, Optimalsteuerungsprobleme numerisch zu lösen. Diese lassen sich in zwei große Gruppen aufteilen: *indirekte* und *direkte* Verfahren. Indirekte Verfahren beruhen auf dem *Pontryaginschen Maximumprinzip*. Mit Hilfe dieser notwendigen Optimalitätsbedingung wird das OCP analytisch in ein Randwertproblem mit den ursprünglichen Differentialgleichungen und zusätzlichen adjungierten Gleichungen umgewandelt. Dieses Randwertproblem kann dann mit verschiedenen numerischen Methoden gelöst werden. Ein häufig angeführter Nachteil dieser Methoden ist die sehr schwierige Berücksichtigung von Beschränkungen. Da es in vielen technischen Anwendungen notwendig ist, Zustandsvariablen und Steuerungen auf gewisse Bereiche zu beschränken, ist dieser Nachteil nicht unerheblich.

Neuere Arbeiten beschäftigen sich fast ausschließlich mit direkten Methoden. Die Bezeichnung kommt daher, dass kein mit Optimalitätsbedingungen transformiertes Problem, sondern *direkt* das ursprüngliche OCP verwendet wird. Durch Diskretisierung der Trajektorien wird das unendlich-dimensionale OCP mit einem endlich dimensionalen NLP näherungsweise beschrieben. Dieses NLP kann dann mit gängigen numerischen Methoden wie der *Sequentiellen Quadratischen Programmierung* (SQP) oder *Innere-Punkte-Verfahren* (IP) gelöst werden. Innerhalb der direkten Verfahren unterscheidet man wiederum zwischen *sequentiellen* und *simultanen* Verfahren.

Bei direkten sequentiellen Verfahren werden die Steuerungstrajektorien durch abschnittsweise definierte Funktionen – meistens Polynome – beschrieben. Im einfachsten Fall sind das Polynome nullter Ordnung, und es ergibt sich für die Steuerungen ein stufenförmiger abschnittsweise konstanter Verlauf über die Zeit. Die Koeffizienten dieser Polynome sind die freien Optimierungsvariablen. Mit einem ODE bzw. DAE Löser kann nun für

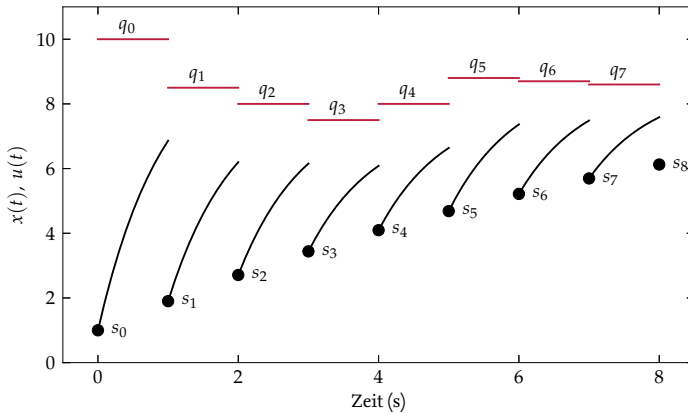


Abbildung 6.1.: Diskretisierung des Mehrzielverfahrens. Steuerungstrajektorien werden abschnittsweise konstant und Zustandsverläufe durch die Lösung von unabhängigen Anfangswertproblemen diskretisiert. Durch zusätzliche Nebenbedingungen werden für die konvergierte Lösung stetige Zustandsverläufe erzwungen.

gegebene Steuerungstrajektorien und Anfangswerte die Kostenfunktion ausgewertet werden. Gekoppelt an einen Optimierungsalgorithmus kann so durch wiederholtes Lösen eines *Anfangswertproblems* mit verschiedenen Steuerungstrajektorien das OCP iterativ gelöst werden. Es hat sich gerade bei schlecht konditionierten Problemen gezeigt, dass die Konvergenz- und Stabilitätseigenschaften solcher Verfahren nicht sehr gut sind (Bock, 1987; Albersmeyer u. Diehl, 2010).

Direkte simultane Verfahren gehen einen Schritt weiter und diskretisieren nicht nur die Steuerungs- sondern auch die Zustandstrajektorien. Bei der *direkten Kollokation* werden die Verläufe sämtlicher Zustandsvariablen und Steuerungen wieder durch abschnittsweise definierte Funktionen beschrieben. Die kontinuierliche ODE wird mit Hilfe eines geeigneten Schemas in ein System von Differenzengleichungen überführt. Dieses Gleichungssystem wird als Gleichheitsnebenbedingung in das Optimierungsproblem aufgenommen. Somit ergibt sich ein sehr großes aber endlich-dimensionales NLP, das mit gängigen Methoden gelöst werden kann. Um die Rechenzeit zu verringern, kann die spezielle Struktur der Gleichungssysteme ausgenutzt werden. Biegler (2007) gibt einen Überblick über aktuelle simultane Verfahren.

Das in dieser Arbeit verwendete *direkte Mehrfachschießverfahren* (auch *Mehrzielverfahren*) nach Bock u. Plitt (1984) wird zu den simultanen Verfahren gezählt, könnte aber auch als Misch-

form zwischen den sequentiellen und simultanen Verfahren aufgefasst werden. Steuerungstrajektorien werden analog zu den bisher beschriebenen Verfahren diskretisiert. Die Zustandstrajektorien werden ebenfalls in einzelne Abschnitte aufgeteilt. Allerdings wird der Verlauf innerhalb dieser Abschnitte nicht durch Polynome beschrieben. Vielmehr werden an den Knoten des Mehrzielgitters Anfangswerte für die Zustände eingeführt. Am Knoten i werden diese zusätzlichen Variablen mit s_i bezeichnet. Basierend auf diesen Anfangswerten und dem ursprünglichen ODE werden die Trajektorien der Zustände durch das Lösen mehrerer unabhängiger Anfangswertprobleme bestimmt. Für eine beliebige Wahl der Anfangswerte hat dies zur Folge, dass die resultierenden Gesamttrajektorien der Zustände Sprünge haben, siehe Abbildung 6.1. Daher werden *Schließbedingungen* als zusätzliche Gleichheitsnebenbedingung in das OCP aufgenommen. Der Wert einer Zustandsvariable am Ende eines Abschnitts muss gleich dem Anfangswert des nächsten Abschnitts sein.

Wählt man für Steuerungen und Zustände ein identisches Diskretisierungsgitter mit n Abschnitten und parametrisiert die Steuerungen abschnittsweise konstant mit den Werten q_i , ergibt sich aus dem OCP (6.3) folgendes NLP

$$\min_{\substack{s_0, \dots, s_n \\ q_0, \dots, q_{n-1}}} \sum_{i=0}^n k_i(s_i, q_i), d \quad (6.10a)$$

$$\text{s.t. } 0 = x_i(t_{i+1}; t_i, s_i, q_i, d) - s_{i+1}, \quad i \in \{0, \dots, n-1\}, \quad (6.10b)$$

$$0 \leq c(s_i, q_i, d), \quad i \in \{0, \dots, n\}, \quad (6.10c)$$

$$0 = q_n - q_{n-1}, \quad (6.10d)$$

$$0 = s_0 - x_0. \quad (6.10e)$$

Dabei ist zu beachten, dass hinter der Auswertung der Kostenfunktionen $k_i(s_i, q_i, d)$ und der Bestimmung der Zustände am Ende eines Intervalls $x_i(t_{i+1}; t_i, s_i, q_i, d)$ die Lösung eines Anfangswertproblems steht. Bei der Lösung des NLP (6.10) mit ableitungsbasierten Verfahren ist es von großer Bedeutung, die Ableitung dieser Funktionen nach den freien Optimierungsvariablen genau und effizient zu bestimmen. Bei der Verwendung von Integratoren mit variabler Schrittweite ist dies eine nicht triviale Aufgabe. Eine umfangreiche Diskussion dieser Thematik ist in Bauer (1999) und Albersmeyer (2010) zu finden.

Zur Veranschaulichung des Mehrzielverfahrens ist in Abbildung 6.1 die Diskretisierung für ein einfaches Beispiel dargestellt. Die Differentialgleichung $\dot{x}(t) = u(t) - x(t)$ ist auf einem Gitter mit 8 Abschnitten und 9 Knoten diskretisiert. Auf jedem Gitterabschnitt i

wird ein unabhängiges Anfangswertproblem mit dem Anfangswert s_i und der konstanten Steuerung q_i gelöst. Die Abbildung zeigt den noch nicht konvergierten Zustands- und Steuerungsverlauf innerhalb einer Optimierungsiteration. Die Verletzung der Schließbedingungen für den Zustandsverlauf ist deutlich zu erkennen.

6.3. Energieeffiziente Steuerung einer Kompressionskältemaschine

Mit Hilfe des in Kapitel 2 hergeleiteten dynamischen Systemmodells (2.85) kann nun eine Regelungsaufgabe als Optimierungsproblem formuliert werden. Es gelten die nach (2.86) definierten Zustands- und Stellgrößenvektoren. Der besseren Lesbarkeit wegen wird allerdings der Index weggelassen.

Primäres Regelungsziel ist es, die Austrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer auf einem konstanten Sollwert zu halten. Hierzu stehen zwei unabhängige Stellgrößen zur Verfügung: die Verdichterdrehzahl n_{komp} und der Öffnungsgrad u_{exv} des Expansionsventils. Damit ist ein stationärer Freiheitsgrad übrig, und es gibt unendlich viele stationäre Betriebspunkte, die das primäre Regelungsziel erfüllen. Diese Betriebspunkte unterscheiden sich allerdings stark in ihrer Energieeffizienz. Aufgabe der Regelung ist nun, neben dem Erreichen der Solltemperatur dafür zu sorgen, dass möglichst wenig elektrische Leistung P_{komp} benötigt wird. Damit kommen wir unmittelbar zur Formulierung des Optimalsteuerungsproblems

$$\min_{\substack{n_{\text{komp}}(\cdot), u_{\text{exv}}(\cdot), \\ x(\cdot)}} \int_{t=0}^{t_f} \left[a (T_{\text{verd,sf}} - T_{\text{soll}})^2 + P_{\text{komp}} \right] dt \quad (6.11a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), n_{\text{komp}}(t), u_{\text{exv}}(t), d) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.11b)$$

$$n_{\text{komp}}^{\text{ug}} \leq n_{\text{komp}}(t) \leq n_{\text{komp}}^{\text{og}} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.11c)$$

$$u_{\text{exv}}^{\text{ug}} \leq u_{\text{exv}}(t) \leq u_{\text{exv}}^{\text{og}} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.11d)$$

$$0 = x(0) - x_0. \quad (6.11e)$$

Minimiert werden soll die integrierte quadratische Abweichung der Regelgröße $T_{\text{verd,sf}}$ von ihrem Sollwert sowie die im Zeithorizont aufgewendete elektrische Arbeit des Verdichters. In der Kostenfunktion (6.11a) werden diese beiden Anteile mit dem Faktor a ge-

wichtet aufsummiert. An dem OCP (6.11) lassen sich gut die Vorteile von Optimalsteuerung gegenüber klassischen Steuerungsberechnungen erläutern. Zum einen ist es möglich, die Energieeffizienz direkt zu berücksichtigen, was mit klassischen linearen Regelgesetzen nicht oder nur indirekt möglich ist. Zum anderen können Beschränkungen der Stellgrößen explizit berücksichtigt werden und damit auch der komplette Regelbereich genutzt werden. Bei PID-Reglern hingegen führt es oft zu Schwierigkeiten, wenn der Regler an den Grenzen des Regelbereichs operiert. Siehe zum Beispiel Adamy (2009) für eine weiterführende Diskussion. Ein weiterer Vorteil ist die einfache Möglichkeit, Mehrgrößenregler zu entwerfen. Die Kopplung von mehreren Ein- und Ausgangsgrößen wird durch das hinterlegte Systemmodell in natürlicher Weise berücksichtigt.

Wie in Kapitel 8 detailliert beschrieben wird, zeigt sich für die konkrete Anwendung Kompressionskälte eine zweite Formulierung des Optimalsteuerungsproblems als zielführend. Da die Austrittstemperatur direkt über die Stellgröße n_{komp} beeinflussbar ist, kann das Primärziel der Regelung auch sehr gut mit einem einfachen PI-Regler erreicht werden. Das Optimalsteuerungsproblem kann somit in den Stellgrößen um eine Dimension verringert werden. Wir suchen nun bei gegebener Verdichterdrehzahl nach dem Verlauf der Expansionsventilstellung, die die Kälteleistungszahl der Kältemaschine maximiert, also

$$\min_{\substack{u_{\text{exv}}(\cdot), \\ x(\cdot)}} \int_{t=0}^{t_f} -\frac{\dot{Q}_{\text{verd},sf}}{P_{\text{komp}}} dt \quad (6.12a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), n_{\text{komp}}(t), U_{\text{exv}}, d) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.12b)$$

$$u_{\text{exv}}^{\text{ug}} \leq u_{\text{exv}}(t) \leq u_{\text{exv}}^{\text{og}} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.12c)$$

$$0 = x(0) - x_0. \quad (6.12d)$$

Die Eingangsgröße n_{komp} wird also nicht mehr zu den Steuerungen, sondern zu den nicht beeinflussbaren Störgrößen d gezählt. Innerhalb einer Optimierung wird angenommen, dass sich n_{komp} nicht ändert.

Die beiden OCP (6.11) und (6.12) werden in Kapitel 8 innerhalb von NMPC eingesetzt. Es werden Simulationsergebnisse des geschlossenen Regelkreises beider Varianten vorgestellt. Die Regelung basierend auf OCP (6.12) wird schließlich an der realen Anlage aus Kapitel 4 umgesetzt.

Modus	Adsorber 1	Adsorber 2
1	Heizen	Kühlen
2	Desorption	Adsorption
3	Kühlen	Heizen
4	Adsorption	Desorption

Tabelle 6.1.: Betriebsmodi der Adsorptionskältemaschine. Die dargestellte Reihenfolge entspricht der zeitlichen Abfolge innerhalb eines Zyklus.

6.4. Maximieren der Kälteleistung von Adsorptionskältemaschinen

Die mittlere Kälteleistung einer Adsorptionskältemaschine hängt stark von der Zyklusdauer ab. Zahlreiche Veröffentlichungen zeigen durch experimentelle (Chang u. a., 2007; Kubota u. a., 2008; Chen u. a., 2010; Vasta u. a., 2012) oder theoretische Untersuchungen (Saha u. a., 1995; Chua u. a., 1999; Alam u. a., 2000, 2003; Wang u. Chua, 2007; Miyazaki u. Akisawa, 2009), dass der Zusammenhang zwischen mittlerer Kälteleistung und Zyklusdauer durch eine konvexe Kurve mit ausgeprägtem Maximum beschrieben werden kann. Die genaue Lage des Maximums ist von unterschiedlichen Randbedingungen abhängig, wie zum Beispiel den Temperaturen der Wärmequellen und -senken. In Abbildung 5.2 sind die experimentell ermittelten Kurven für zwei verschiedene Rückkühltemperaturen aufgetragen.

Um das Kälteleistungsmaximum bei unterschiedlichen Randbedingungen zu finden, werden in diesem Abschnitt drei verschiedene Optimalsteuerungsprobleme definiert. Zum einen suchen wir die maximale mittlere Kälteleistung für den zyklisch stationären Zustand der Anlage bei konstanter und variabler Rückkühltemperatur. Zum anderen definieren wir ein Optimalsteuerungsproblem mit gegebenen Anfangswerten der Zustände, wie es typischer Weise in NMPC eingesetzt wird. Es gelten die nach (3.54) definierten Zustands- und Stellgrößenvektoren. Der besseren Lesbarkeit wegen wird allerdings der Index weggelassen.

Zunächst definieren wir Variablen, die für alle drei Formulierungen benötigt werden. Der Betrieb der Adsorptionskältemaschine ist durch vier unterschiedliche Betriebsmodi gekennzeichnet, die wiederholt in derselben Reihenfolge durchlaufen werden. In Tabelle 6.1 sind die verschiedenen Modi in der durchlaufenen Reihenfolge aufgeführt und beschrieben.

Bezogen auf das Systemmodell (3.53) kann jeder Modus durch konstante Werte der Steuerungen definiert werden. Für die Ventilstellungen – die diskreten Steuerungen – gilt

$$\mu_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mu_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mu_3 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mu_4 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.13a)$$

Für die kontinuierlichen Steuerungen – die Eintrittstemperaturen – gilt

$$u_1 := \begin{pmatrix} T_{ht} \\ T_{mt}(t) \\ T_{mt}(t) \\ T_{nt} \end{pmatrix}, \quad u_2 := \begin{pmatrix} T_{mt}(t) \\ T_{ht} \\ T_{mt}(t) \\ T_{nt} \end{pmatrix}, \quad u_3 := \begin{pmatrix} T_{mt}(t) \\ T_{ht} \\ T_{mt}(t) \\ T_{nt} \end{pmatrix}, \quad u_4 := \begin{pmatrix} T_{ht} \\ T_{mt}(t) \\ T_{mt}(t) \\ T_{nt} \end{pmatrix}. \quad (6.13b)$$

Dabei bezeichnet T_{ht} das konstante Hochtemperaturniveau, T_{nt} das konstante Niedertemperaturniveau und $T_{mt}(t)$ das Mitteltemperaturniveau, das im Allgemeinen innerhalb eines Zyklus nicht konstant sein muss.

OCP für den zyklisch stationären Zustand

Die erzielbare Kälteleistung innerhalb eines Zyklus hängt immer vom Anfangszustand des Systems ab. Am deutlichsten wird dies bei der Beladung der Adsorber. Je geringer die Beladung zum Zeitpunkt null ist, umso größer ist die erzielbare Kälteleistung. Daher hat die mittlere Kälteleistung eines Zyklus mit beliebigem Anfangszustand nur eine sehr geringe Aussagekraft. Vielmehr sollte bei Simulationsstudien immer der zyklisch stationäre Zustand betrachtet werden, der sich nach einigen Zyklen mit konstanten Randbedingungen und konstanter Zyklusdauer einstellt. Erreicht werden kann ein zyklisch stationärer Zustand durch genügend lange Simulationsdauer oder durch die richtige Wahl der Anfangswerte. Für den eingeschwungenen Zustand gilt schließlich, dass alle Zustandsgrößen am Ende eines Zyklus denselben Wert wie zu Beginn eines Zyklus besitzen. Anstatt lange Simulationszeiten und damit unweigerlich verbundene hohe Rechenzeiten in Kauf zu nehmen, wählen wir den Weg der richtigen Initialwerte und überlassen es dem Optimierungsalgorithmus, diese zu finden.

Zunächst führen wir Variablen $\mathbf{h} := (h_1, h_2, h_3, h_4)^T$ für die Dauer der vier Prozessabschnitte $k \in \{1, 2, 3, 4\}$ ein. Des Weiteren gelten die Definitionen

$$\mathcal{T}_k := [\tilde{t}_{k-1}, \tilde{t}_k] \subset \mathbb{R}, \quad \tilde{t}_0 := 0, \quad \tilde{t}_k := \sum_{j=1}^k h_j. \quad (6.14)$$

Jeder der Prozessabschnitte ist definiert durch konstante Werte der Steuerungen

$$\mu(t) = \mu_1, \quad u(t) = u_1 \quad \forall t \in \mathcal{T}_1, \quad (6.15a)$$

$$\mu(t) = \mu_2, \quad u(t) = u_2 \quad \forall t \in \mathcal{T}_2, \quad (6.15b)$$

$$\mu(t) = \mu_3, \quad u(t) = u_3 \quad \forall t \in \mathcal{T}_3, \quad (6.15c)$$

$$\mu(t) = \mu_4, \quad u(t) = u_4 \quad \forall t \in \mathcal{T}_4. \quad (6.15d)$$

Mit dem so definierten Prozessabschnitten formulieren wir ein *mehrstufiges Optimalsteuerungsproblem* auf dem Zeithorizont $\mathcal{T} := [\tilde{t}_0, \tilde{t}_4] \subset \mathbb{R}$

$$\min_{\substack{x(\cdot), z(\cdot), \\ h}} -\frac{1}{\tilde{t}_4} \int_{\tilde{t}_0}^{\tilde{t}_4} \dot{Q}_{\text{verd}, \text{sf}}(t) \, dt \quad (6.16a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), z(t), \mu(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.16b)$$

$$\mathbf{0} = g(x(t), z(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.16c)$$

$$\mathbf{0} = x(\tilde{t}_0) - x(\tilde{t}_4). \quad (6.16d)$$

Aufgabe ist es, die maximale durchschnittliche Kälteleistung für einen kompletten Zyklus, der aus vier Stufen (6.15) besteht, zu finden. Freie Optimierungsvariablen sind die Längen der vier Stufen sowie die Trajektorien der Zustandsgrößen. Dabei sind verschiedene Nebenbedingungen zu erfüllen. Zum einen müssen die Trajektorien eine Lösung des DAE Systems (3.53) sein – dem dynamischen Modell der Adsorptionskältemaschine. Zum anderen wird über die Periodizitätsbedingung (6.16d) ein zyklisch stationärer Zustand für die optimale Lösung erzwungen.

Eine zweite Variante des Optimalsteuerungsproblems ergibt sich, wenn man den Verlauf der Rückkühltemperatur T_{mt} ebenfalls frei zur Optimierung gibt

$$\min_{\substack{x(\cdot), z(\cdot), \\ h, T_{\text{mt}}(\cdot)}} -\frac{1}{\tilde{t}_4} \int_{\tilde{t}_0}^{\tilde{t}_4} \dot{Q}_{\text{verd},\text{sf}}(t) \, dt \quad (6.17a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), z(t), \mu(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.17b)$$

$$0 = g(x(t), z(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.17c)$$

$$0 = x(\tilde{t}_0) - x(\tilde{t}_4), \quad (6.17d)$$

$$T_{\text{mt}}^{\text{ug}} \leq T_{\text{mt}}(t) \leq T_{\text{mt}}^{\text{og}} \quad \forall t \in \mathcal{T}. \quad (6.17e)$$

Konkrete numerische Ergebnisse zu beiden OCP (6.16) und (6.17) werden in Kapitel 9 vorgestellt.

OCP für gegebene Initialwerte

Für die Anwendung innerhalb einer NMPC muss ein leicht verändertes Optimierungsproblem formuliert werden. Es wird nicht mehr der zyklisch stationäre Zustand betrachtet, sondern von einem gegebenen Systemzustand ausgegangen. Der Systemzustand ist durch Initialwerte der differentiellen Zustände x_0 und dem aktuellen Betriebsmodus m_0 definiert. Der betrachtete Zeithorizont des OCP sei nicht konstant, sondern aus einer festen Anzahl s an Prozessabschnitten zusammengesetzt. Da die Länge der Abschnitte Gegenstand der Optimierung ist, ist die Länge des Zeithorizonts variabel.

Es werden wiederum Variablen $h := (h_1, \dots, h_s)^T$ für die Dauer der Prozessabschnitte $k \in \{1, \dots, s\}$ eingeführt,

$$\mathcal{T}_k := [\tilde{t}_{k-1}, \tilde{t}_k] \subset \mathbb{R}, \quad \tilde{t}_0 := 0, \quad \tilde{t}_k := \sum_{j=1}^k h_j. \quad (6.18)$$

Beginnend mit dem Startmodus m_0 werden in den Prozessabschnitten wiederholt die verschiedenen Betriebsmodi nach Tabelle 6.1 durchlaufen. Der im jeweiligen Prozessabschnitt k geltende Betriebsmodus m_k kann mit der Vorschrift

$$m_k := ((k + m_0 - 2) \bmod 4) + 1 \quad (6.19)$$

formal definiert werden. Damit ergibt sich für die Steuerungen

$$\mu(t) = \mu_{m_k}, \quad u(t) = u_{m_k} \quad \forall t \in \mathcal{T}_k. \quad (6.20)$$

Schließlich kann das Optimierungsproblem formuliert werden als

$$\min_{\substack{x(\cdot), z(\cdot), \\ h}} -\frac{1}{\tilde{t}_s} \int_{\tilde{t}_0}^{\tilde{t}_s} \dot{Q}_{\text{verd}, \text{sf}}(t) \, dt \quad (6.21a)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), z(t), \mu(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.21b)$$

$$\mathbf{0} = g(x(t), z(t)) \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (6.21c)$$

$$\mathbf{0} = x(\tilde{t}_0) - x_0. \quad (6.21d)$$

Das OCP (6.21) wird in Kapitel 9 innerhalb einer NMPC eingesetzt.

7 Nichtlineare Zustands-schätzung einer Kompressionskältemaschine

Das in Kapitel 6 hergeleitete Optimalsteuerungsproblem (6.12) setzt die Kenntnis des aktuellen Systemzustands voraus. Bei Simulationsrechnungen ist das recht einfach, da man auf alle Zustandsvariablen zugreifen kann. Aber bei realen Anlagen kann und will man in der Regel nicht alle Zustandsgrößen des Systemmodells direkt messen. Daher gibt es Methoden, die mit Hilfe des Systemmodells und wenigen Messgrößen alle Zustandsgrößen bestimmen können.

Um diese *Beobachter* oder *Zustandsschätzer* einsetzen zu können, muss das Systemmodell in Kombination mit den messbaren Größen gewisse Voraussetzungen erfüllen. In Abschnitt 7.1 prüfen wir zunächst, ob diese Voraussetzung – die *Beobachtbarkeit* – für das Modell der Kompressionskältemaschine mit den Drücken als einzigen Messgrößen erfüllt ist. In Abschnitt 7.2 wird das Grundprinzip des verwendeten Beobachters – das *Erweiterte Kalman-Filter* (EKF) – vorgestellt. Eine anwendungsspezifische Erweiterung des klassischen EKF Algorithmus für die Beobachtung der Kompressionskältemaschine wird in Abschnitt 7.3 vorgestellt.

7.1. Beobachtbarkeitsanalyse

Bevor man mit dem Beobachterentwurf für ein konkretes System beginnt, sollte man sich zunächst die Frage stellen, ob das System überhaupt beobachtbar ist. Kann aus den wenigen bekannten Messgrößen auf alle internen Zustandsgrößen zurückgeschlossen werden? Es ist leicht vorstellbar, dass es Systeme gibt, bei denen dies nicht der Fall ist.

Für lineare Systeme existieren Beobachtbarkeitskriterien, die mit numerischen Verfahren leicht überprüfbar sind (Kailath, 1980). Bei dem Modell der Kompressionskältemaschine (2.85) handelt es sich allerdings um ein nichtlineares System. Auch hierfür existieren Beobachtbarkeitskriterien, siehe zum Beispiel Adamy (2009). Die Anwendung die-

ser Kriterien ist allerdings deutlich aufwendiger. In dieser Arbeit wird ein vereinfachter Ansatz verwendet. Das nichtlineare System wird um einen typischen stationären Arbeitspunkt linearisiert und die Beobachtbarkeitsanalyse ausschließlich an diesem linearen Näherungsmodell durchgeführt. Es handelt sich also lediglich um eine Art lokale Analyse der Beobachtbarkeit, aus der nicht hervorgeht, ob das nichtlineare System im gesamten Zustandsraum beobachtbar ist. Umgekehrt kann aber die Schlussfolgerung gezogen werden: Wenn das linearisierte System nicht beobachtbar ist, gilt dies auch für das ursprüngliche nichtlineare System.

Beobachtbarkeit linearer Systeme

Wir betrachten ein lineares System

$$\frac{dx}{dt}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (7.1a)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (7.1b)$$

mit dem zeitabhängigen Zustandsvektor $x \in \mathbb{R}^{n_x}$, den Eingangsgrößen $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ und Ausgangsgrößen $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, sowie den konstanten Systemmatrizen $A \in \mathbb{R}^{n_x \times \mathbb{R}^{n_x}}$, $B \in \mathbb{R}^{n_x \times \mathbb{R}^{n_u}}$ und $C \in \mathbb{R}^{n_y \times \mathbb{R}^{n_x}}$.

Zur formellen Beschreibung der Beobachtbarkeit verwenden wir die in Lunze (2006) formulierte Definition:

Definition 7.1 Ein lineares System (7.1) heißt vollständig beobachtbar, wenn der Anfangszustand x_0 aus dem über einem endlichen Intervall $[0, t_f]$ bekannten Verlauf der Eingangsgrößen $u[0, t_f]$ und der Ausgangsgrößen $y[0, t_f]$ bestimmt werden kann.

Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix

Zur Überprüfung der so definierten Beobachtbarkeit können verschiedene Kriterien herangezogen werden. Das wahrscheinlich einfachste und bekannteste Kriterium ist das von Kalman. Die numerische Auswertung dieses Kriteriums ist allerdings oft nicht sinnvoll, da die darin vorkommende Matrix bei größeren Systemen leicht numerisch singular wird (Paige, 1981).

Daher wird im Folgenden ein anderer Ansatz basierend auf der Gram'schen Beobachtbarkeitsmatrix W verwendet. Formal definiert ist W über die analytische Lösung eines Optimalsteuerungsproblems basierend auf dem linearen System (7.1).

Definition 7.2 Die Lösung W der Ljapunow-Gleichung

$$A^T W + W A + C^T C = 0 \quad (7.2)$$

heißt Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix. Es gilt

$$W = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt. \quad (7.3)$$

Für eine detaillierte Beschreibung dieser Definition sei auf Lehrbücher zur Theorie linearer Systeme wie Kailath (1980) verwiesen.

Eine anschauliche Interpretation der Gram'schen Beobachtbarkeitsmatrix kann durch die Energie der Ausgangsgrößen geliefert werden. Der zu Grunde liegende Gedanke dabei ist, dass diejenigen Zustände am besten beobachtbar sind, welche beim Ausschwingvorgang nach einer Auslenkung von der Ruhelage die meiste Energie am Ausgang liefern. Um Einflüsse der Steuerungen außen vor zu lassen, wird die reine *Eigenbewegung* des Systems betrachtet. Die Lösung $y(t)$ des unaktuerten Systems (7.1) mit $u(t) = 0$ ist gegeben durch

$$y(t) = C e^{A t} x_0. \quad (7.4)$$

Wie in der Regelungstechnik üblich wird die Energie eines Signals als Integral dessen Quadrats über der Zeit definiert. Somit gilt für die Energie am Ausgang des Systems

$$E_y := \int_0^{\infty} y^T(t) y(t) dt. \quad (7.5)$$

Mit Gleichung (7.4) folgt unmittelbar

$$E_y = x_0^T \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt x_0, \quad (7.6)$$

und daraus mit Gleichung (7.3)

$$E_y = \mathbf{x}_0^T \mathbf{W} \mathbf{x}_0. \quad (7.7)$$

Mit der Kenntnis von \mathbf{W} kann man also unmittelbar die Energie, die ein Ausschwingvorgang mit dem Anfangswert \mathbf{x}_0 am Ausgang erzeugt, bestimmt werden. Außerdem lässt sich damit die Beobachtbarkeit eines linearen Systems untersuchen:

Satz 7.1 *Ein lineares System (7.1) ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn die Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{W} nichtsingulär ist.*

Für einen Beweis dieses Satzes sei wiederum auf Lehrbücher wie Kailath (1980) verwiesen. Eine komfortable Möglichkeit, die Beobachtbarkeit nach den oben beschriebenen Kriterien für konkrete Systeme zu überprüfen, bietet zum Beispiel die Softwareumgebung MATLAB. Mit der Funktion `gram` wird zunächst die Matrix \mathbf{W} berechnet. Die anschließende Cholesky-Zerlegung mit Hilfe der Funktion `chol` dient zur Überprüfung der positiven Definitheit und damit der Nichtsingularität von \mathbf{W} . Denn es gilt:

Satz 7.2 *Eine symmetrische Matrix \mathbf{W} ist genau dann positiv definit, wenn eine Cholesky-Zerlegung mit der regulären unteren Dreiecksmatrix \mathbf{L} nach*

$$\mathbf{W} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (7.8)$$

existiert.

Quantitatives Beobachtbarkeitsmaß

Die Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix beinhaltet neben der Aussage, ob das System beobachtbar ist, weitere interessante Informationen. Und zwar können die Zustände untereinander hinsichtlich ihrer Beobachtbarkeit verglichen werden. Voraussetzung hierfür ist, dass alle Zustände auf die gleiche Größenordnung normiert sind. Denn \mathbf{W} ist nicht unabhängig von Zustandstransformationen des linearen Systems.

Eine vor allem in der Modellreduktion verwendete Interpretation der Gram'schen Beobachtbarkeitsmatrix beruht auf der *Singulärwertzerlegung* von \mathbf{W} . Die resultierenden Singulärwerte sind Maße für den Energiebeitrag einer bestimmten Linearkombination von Zuständen – also einer Richtung im Zustandsraum. Die zugehörigen Singulärvektoren zeigen jeweils in die Richtung, die für den entsprechenden Energiebeitrag verantwortlich ist.

Letztendlich erhält man durch die Singulärwertzerlegung also detaillierte Informationen über die Beobachtbarkeit eines linearen Systems. Allerdings ist die Interpretation bezogen auf die ursprünglichen physikalischen Zustände schwierig. Benninger (1987) schlägt eine andere Vorgehensweise vor, um ein quantitatives Maß für die Beobachtbarkeit der physikalischen Zustände zu erhalten. Zunächst wird ein Steuerbarkeitsmaß definiert, das Auskunft gibt, welche Zustandsgrößen durch die gegebenen Stellgrößen gut nach Null geführt werden können. Mit Hilfe des Kalman'schen Dualitätsprinzips wird diese Idee auf ein Beobachtbarkeitsmaß übertragen.

Definition 7.3 (Benninger, 1987)

Für den k -ten Zustand eines linearen Systems (7.1) lässt sich mit Hilfe der Gram'schen Beobachtbarkeitsmatrix W ein Maß für die Beobachtbarkeit definieren nach

$$m_k = \left(W_{kk}^{-1} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (7.9)$$

Dabei bezeichnet W_{kk}^{-1} den k -ten Eintrag auf der Hauptdiagonalen der invertierten Beobachtbarkeitsmatrix. Größere Werte für m_k bedeuten bessere Beobachtbarkeit des Zustands x_k .

Linearisiertes Modell der Kompressionskältemaschine

Um die oben eingeführten Analysewerkzeuge auf das nichtlineare Modell (2.85) der Kompressionskältemaschine anzuwenden, wird es um einen typischen stationären Arbeitspunkt linearisiert. Dazu werden die Eingangsgrößen auf einen konstanten Wert u_0 gesetzt und von einem gegebenen Anfangswert der Zustände so lange simuliert, bis sich ein stationärer Zustand x_∞ eingestellt hat, also alle Eigenbewegungen abgeklungen sind. Mit dem neuen Zustandsvektor $\tilde{x} := x - x_\infty$ folgt aus einer Taylorreihenentwicklung um x_∞ , die nach dem ersten Glied abgebrochen wird

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u_0) \quad \rightarrow \quad \frac{d\tilde{x}}{dt}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_\infty \\ u=u_0}} \tilde{x}(t). \quad (7.10)$$

Mit A als der Jacobi-Matrix $\partial f / \partial x$ und zusätzlichen linearen Gleichungen für die Ausgänge, die in der Matrix C zusammengefasst werden, folgt das lineare System

$$\frac{d\tilde{x}}{dt}(t) = A\tilde{x}(t), \quad (7.11a)$$

$$y(t) = C\tilde{x}(t). \quad (7.11b)$$

Für das betrachtete Modell der Kompressionskältemaschine erhält man in der Matrix A eine zum Zustand h_{verd} , der spezifischen Enthalpie des Kältemittels in Verdampfer und Niederdrucksammler, gehörende Nullspalte. Das bedeutet, dass A singulär ist und die oben beschriebenen Methoden der Beobachtbarkeitsanalyse nicht direkt anwendbar sind. Allerdings kann begründet durch die folgenden Überlegungen, ein reduziertes lineares System mit nichtsingulärer Matrix A untersucht werden.

Eine Nullspalte in A bedeutet, dass der zugehörige Zustand – in unserem Fall h_{verd} – keinen Einfluss auf die anderen Zustände hat. Aus dieser Überlegung wird klar, dass das System nur beobachtbar sein kann, wenn dieser Zustand direkt im Ausgang des Systems enthalten ist. Schließlich enthalten die Verläufe aller anderen Zustände keinerlei Informationen über den Nullspalten-Zustand. Die zweite Schlussfolgerung ist, dass wir diesen Zustand aus dem linearen System entfernen können, ohne das Verhalten der übrigen Zustände zu verändern. Wir betrachten also im Folgenden zunächst das um den Zustand h_{verd} reduzierte lineare System und analysieren dessen Beobachtbarkeit. In Abschnitt 7.3 wird sowohl eine physikalische Erklärung für die Nichtbeobachtbarkeit von h_{verd} gegeben als auch eine Lösung für diese Problematik beschrieben.

Da bei einem Kompressionskältekreislauf die Drücke einfach zu messen sind, und dies in der Regel ohnehin getan wird, werden zwei Ausgänge des Systems definiert: der Hochdruck p_{kond} und der Niederdruck p_{verd} . Mit der in Gleichung (2.86) definierten Sortierung des Zustandsvektors (ohne h_{verd}) ergibt sich die Ausgangsmatrix zu

$$C := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.12)$$

Um das Beobachtbarkeitsmaß der einzelnen Zustände miteinander vergleichen zu können, ist eine einheitliche Skalierung der Zustände zwingend erforderlich. Hierzu definieren wir eine Diagonalmatrix S mit den Einträgen von x_∞ auf der Hauptdiagonalen, die als Skalierungsfaktor für die Zustände dienen. Mit dem skalierten Zustandsvektor $x_s := S^{-1}\tilde{x}$ folgt für die skalierte Jacobi-Matrix $A_s = S^{-1}AS$. Die Ausgangsmatrix C ändert sich durch die Skalierung nicht, da die Ausgänge mit den gleichen Faktoren skaliert werden.

Numerische Ergebnisse

Die Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix W des Systems (A_s, C) wird nun numerisch ausgewertet. Die erfolgreiche Colesky-Zerlegung von W beweist schließlich nach Satz 7.2, dass

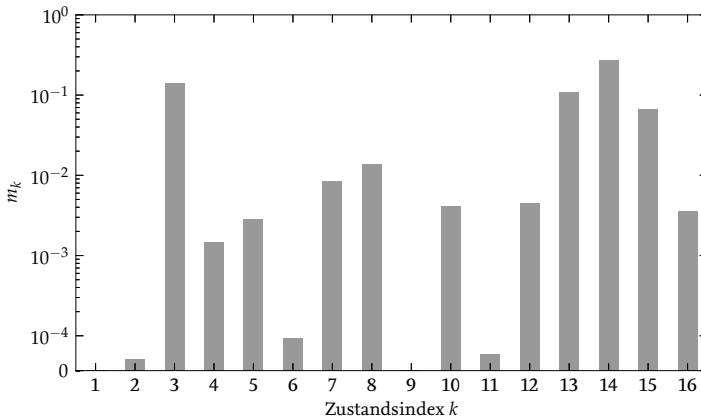


Abbildung 7.1.: Beobachtbarkeitsmaße der Zustände des Kompressionskälte Systemmodells. Siehe Tabelle 7.1 für die Zuordnung des Index k zu den physikalischen Zustandsgrößen. Größere Werte bedeuten bessere Beobachtbarkeit des Zustands.

W positiv definit und damit nichtsingulär ist. Mit Satz 7.1 folgt unmittelbar die Beobachtbarkeit des Systems.

Auch wenn die Analyse des linearisierten Systems bei weitem keine generellen Aussagen über das eigentliche nichtlineare System erlaubt, so ist dennoch davon auszugehen, dass die Eigenschaften des nichtlinearen Systems zumindest in der Nähe des betrachteten Arbeitspunkts sehr ähnlich zu denen des linearisierten Systems sind. Es scheint also prinzipiell möglich zu sein, sämtliche 17 Zustände des Kompressionskältekreislaufs – mit Ausnahme der Verdampferenthalpie – nur durch die Messung des Hoch- und Niederdrucks eindeutig zu bestimmen.

Weitere Fragen, die sich stellen, sind, wie gut die einzelnen Zustände tatsächlich beobachtbar sind, und welche schwach beobachtbaren Zustände beim Beobachterentwurf Probleme verursachen könnten. Hierfür wird das in Definition 7.3 eingeführte Beobachtbarkeitsmaß numerisch ausgewertet. Die Ergebnisse sind grafisch in Abbildung 7.1 und numerisch in Tabelle 7.1 dargestellt. Da die Matrix W schlecht konditioniert ist, kann die Invertierung aus Gleichung (7.9) nur mit verhältnismäßig großem Fehler durchgeführt werden, der sich auch in den resultierenden Zahlenwerten des Beobachtbarkeitsmaßes wiederfindet. Eine ausführlichere Diskussion dieser Problematik sowie eine Übersicht zu weiteren Beobachtbarkeitsmaßen ist in Riege (1998) zu finden. Trotz der vorhandenen Ungenauigkeit zeigen die ausgewerteten Beobachtbarkeitsmaße des Kompressionskälte-

Zustandsindex	Symbol	Beobachtbarkeit
1	$y_{\text{kond,h}}$	$1.68 \cdot 10^{-6}$
2	$y_{\text{kond,k}}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$
3	p_{kond}	0.143
4	$h_{\text{kond,aus}}$	0.00146
5	$T_{\text{kond,w,k}}$	0.00285
6	$T_{\text{kond,w,h}}$	$9.45 \cdot 10^{-5}$
7	$T_{\text{kond,w,2ph}}$	0.00855
8	$T_{\text{kond,sf,k}}$	0.0136
9	$T_{\text{kond,sf,h}}$	$2.89 \cdot 10^{-10}$
10	$T_{\text{kond,sf,2ph}}$	0.00416
11	$h_{\text{kond,ein}}$	$4.60 \cdot 10^{-5}$
12	$T_{\text{verd,sf}}$	0.00450
13	$T_{\text{verd,w}}$	0.108
14	p_{verd}	0.269
15	$h_{\text{komp,sa}}$	0.0664
16	$p_{\text{komp,sa}}$	0.00358

Tabelle 7.1.: Beobachtbarkeitsmaße m_k der Zustände des Kompressionskälte Systemmodells. Größere Werte bedeuten bessere Beobachtbarkeit des Zustands.

systems ein realistisches Bild. Die beiden direkt gemessenen Zustände p_{kond} und p_{verd} besitzen die höchste Beobachtbarkeit. Verschiedene Zustände des Kondensators weisen eine relativ schwache Beobachtbarkeit auf.

Ohne einen formellen Beweis zu liefern sei angemerkt, dass sich alle schwach beobachtbaren Zustände des nichtlinearen Modells der Kompressionskältemaschine bei konstanten Eingangsgrößen stabil einem eindeutigen Grenzwert nähern. Also können bei Kenntnis der Eingänge zumindest im stationären Fall die schlecht beobachtbaren Zustände eindeutig bestimmt werden. Beim Beobachterentwurf verursachen diese Zustände daher keine prinzipiellen Schwierigkeiten.

Diese allgemeine Eigenschaft dynamischer Systeme wird häufig mit dem Begriff *Detektierbarkeit* bezeichnet. Ein dynamisches System ist detektierbar, wenn die nichtbeobachtbaren Untersysteme stabil sind (Geering, 2003).

7.2. Erweitertes Kalman-Filter

Das *Kalman-Filter* ist wahrscheinlich der am weitesten verbreitete Algorithmus zur Beobachtung von nicht direkt messbaren Zuständen und Parametern und wird auch in dieser Arbeit angewendet. Die ursprüngliche Idee von Kalman (1960) bezieht sich auf lineare Differenzengleichungen, wie sie bei der zeitdiskreten Lösung von linearen Differentialgleichungen auftreten. Durch Linearisierungen wie in Abschnitt 7.1 kann das lineare Kalman-Filter sehr einfach auf nichtlineare Systeme übertragen werden. Eine sehr gute Einführung zum Kalman Filter und dem nichtlinearen *Erweiterten Kalman-Filter* (EKF) ist in Welch u. Bishop (2006) zu finden. In diesem Abschnitt werden nun die wesentlichen Ideen und Gleichungen vorgestellt. Auf eine detaillierte Herleitung und Interpretation des EKF wird verzichtet. Weiterführende Literaturhinweise sind ebenfalls in Welch u. Bishop (2006) zu finden.

Wir beginnen direkt mit dem allgemeinen nichtlinearen Fall und nehmen an, dass das zu beobachtende System mit einer stochastischen Differenzengleichung der Form

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (7.13a)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (7.13b)$$

beschreibbar ist. Das bedeutet, der Zustandsvektor \mathbf{x}_k und die Ausgänge \mathbf{y}_k können zu diskreten Zeitpunkten k explizit aus den Größen des vorangegangenen Zeitpunkts $k - 1$ berechnet werden. Hinter der Funktion \mathbf{f} steckt ein mathematisches Modell des Prozesses, in unserem Fall die numerische Integration des kontinuierlichen Differentialgleichungssystems (2.85). Die grundlegende Idee des EKF ist an den beiden Zufallsvektoren \mathbf{w} und \mathbf{v} zu erkennen. Mit \mathbf{w} werden Fehler im Modell und mit \mathbf{v} Fehler der Messung berücksichtigt. Es wird angenommen, dass beide Zufallsvektoren unabhängig voneinander sind und über eine Normalverteilung um den Mittelwert Null beschrieben werden können. Wichtige Einstellparameter des EKF sind die *Kovarianzmatrizen* der Zufallsvektoren

$$\mathbf{Q} := \text{Cov}(\mathbf{w}), \quad \mathbf{R} := \text{Cov}(\mathbf{v}). \quad (7.14)$$

Eine Kovarianzmatrix beschreibt die paarweisen Kovarianzen der Elemente eines Zufallsvektors, also wie die Verteilung der einzelnen Einträge des Vektors voneinander abhängen. Wir nehmen an, dass die Kovarianzmatrizen sowohl des Modell- als auch des Messfehlers zeitlich konstant sind. Außerdem reicht es in der Praxis häufig aus, anzunehmen, dass die Einträge der Zufallsvektoren keine Abhängigkeit untereinander aufweisen. In diesem Fall

sind Q und R Diagonalmatrizen mit den Varianzen der einzelnen Vektoreinträge auf den Hauptdiagonalen.

Eine weitere zentrale Größe des EKF ist die Kovarianzmatrix P des quadratischen Schätzfehlers, deren genaue Definition nur für die Herleitung der Gleichungen wichtig ist. P ändert sich mit jedem EKF Schritt. Der Nutzer muss lediglich einen Initialwert für P vorgeben. Wobei die Wahl dieses Initialwerts durchaus einen Einfluss auf das Verhalten des Beobachters hat. Solange der Beobachter konvergiert, klingt dieser Einfluss aber mit der Zeit ab.

Der Algorithmus des diskreten EKF lässt sich in zwei Teilschritte unterteilen, die in jedem Zeitschritt nacheinander durchgeführt werden. Im Prädiktor-Schritt wird mit Hilfe des Prozessmodells die zukünftige Entwicklung des geschätzten Zustandsvektors vorhergesagt – anders ausgedrückt wird ein Zeitschritt in die Zukunft simuliert. Da Modell und Wirklichkeit in der Regel nicht übereinstimmen, wird in einem zweiten Schritt der geschätzte Zustand auf Basis von Messungen korrigiert. Im Folgenden werden diese zwei Teilschritte genauer beschrieben. Dabei bezeichnen wir den geschätzten Zustandsvektor nach dem k -ten abgeschlossenen vollständigen EKF Zeitschritt mit \hat{x}_k und den geschätzten Zustandsvektor nach dem zugehörigen Prädiktor-Schritt mit \hat{x}_k^- .

Prädiktor-Schritt

Zunächst wird mit dem geschätzten Zustandsvektor aus dem vorherigen Zeitschritt und dem ungestörten Prozessmodell in die Zukunft geschaut

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}). \quad (7.15)$$

Dabei beinhaltet die Funktion f die Lösung eines Anfangswertproblems. Im einfachsten Fall wird dieses mit dem expliziten Euler Verfahren gelöst. Es können aber auch aufwendigere Lösungsalgorithmen eingesetzt werden. Allerdings ist zu beachten, dass für den folgenden Schritt die Jacobi-Matrix

$$A_k := \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=\hat{x}_{k-1} \\ u=u_{k-1}}} \quad (7.16)$$

benötigt wird. Diese Jacobi-Matrix effizient und genau zu berechnen ist bei komplexen numerischen Integratoren nicht trivial. Eine umfangreiche Darstellung dazu ist in Bauer (1999) und Albersmeyer (2010) zu finden.

In dieser Arbeit wird das erwähnte explizite Euler Verfahren angewandt. Dabei werden innerhalb eines EKF Zeitschritts mehrere kürzere Euler Integrationssschritte durchgeführt. Die Jacobi-Matrix A_k des resultierenden numerischen Integrationsverfahrens lässt sich explizit berechnen. Eine Herleitung dazu ist in Anhang C zu finden. Mit Kenntnis dieser Jacobi-Matrix wird die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers aktualisiert

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q. \quad (7.17)$$

Korrektor-Schritt

Im zweiten Teilschritt fließen nun die Messungen ein. Die geschätzten Messungen \hat{y}_k werden auf Basis des aktuellen geschätzten Zustands mit

$$\hat{y}_k = h(\hat{x}_k^-) \quad (7.18)$$

berechnet. Die Differenz zu den realen Messungen y_k ist dann ein Maß für den Fehler im aktuellen Zeitschritt. Man kann den EKF als Proportionalregler interpretieren, der genau diesen Fehler auf null regelt, indem er die geschätzten Zustände verändert. Der Parameter dieses Reglers – die *Kalman Verstärkung* K – ist aber nicht konstant, sondern ändert sich in jedem Zeitschritt. Ohne auf die Herleitung einzugehen ist die Formel hierfür

$$K_k = \frac{P_k^- C_k^T}{C_k P_k^- C_k^T + R}. \quad (7.19)$$

Dabei bezeichnet C_k die Jacobi-Matrix der nichtlinearen Ausgangsfunktion

$$C_k := \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k^-}. \quad (7.20)$$

Mit Kenntnis der aktuellen Kalman Verstärkung kann nun sowohl der neue Schätzzustand mit

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k), \quad (7.21)$$

als auch die aktualisierte Kovarianzmatrix des Schätzfehlers mit

$$P_k = (E - K_k C_k) P_k^- \quad (7.22)$$

berechnet werden. Dabei ist E die Einheitsmatrix. Im nächsten Zeitschritt beginnt der EKF Algorithmus wieder von vorne mit einem Prädiktor-Schritt.

7.3. Berücksichtigung der Kältemittelmasse

Das in Abschnitt 7.1 mathematisch beschriebene Problem der Nichtbeobachtbarkeit eines Zustands des Kompressionskältemodells lässt sich auch physikalisch erklären. Bei der Verwendung eines Sammlers mit Abscheidefunktion ist die Gesamtkältemittelmasse des Kreislaufs ein Freiheitsgrad, der keinen Einfluss auf den stationären Zustand des Systems hat. Eine ausführliche Diskussion hierzu ist in Jensen u. Skogestad (2007a) zu finden. Die nichtbeobachtbare Enthalpie h_{verd} beschreibt im Wesentlichen die gespeicherte Kältemittelmasse in Verdampfer und Sammler, siehe Abschnitt 2.3. Solange das Kältemittel im Sammler zweiphasig ist, haben der Füllstand und damit die Masse des Kältemittels keinen Einfluss auf den stationären Zustand. Dieser Sachverhalt wird im Folgenden anhand relevanter Modellgleichungen erläutert.

Stationäre Bilanzgleichungen des Verdampfers

Für einen stationären Betriebspunkt wird die Massenbilanz (2.52) zu

$$0 = \dot{m}_{\text{ein}} - \dot{m}_{\text{aus}}, \quad (7.23a)$$

und aus der Energiebilanz (2.54) wird

$$0 = \dot{m}_{\text{ein}}(h_{\text{ein}} - h) - \dot{m}_{\text{aus}}(h^g - h) + \dot{Q}. \quad (7.23b)$$

Setzen wir nun Gleichung (7.23a) in (7.23b) ein, folgt

$$0 = \dot{m}_{\text{ein}}(h_{\text{ein}} - h^g) + \dot{Q}. \quad (7.24)$$

Die Enthalpie h wurde somit als Unbekannte eliminiert. Und das bedeutet, dass sie keinen Einfluss auf die Lösung des Gleichungssystems (7.23) und damit den stationären Zustand des Systems hat.

EKF mit Zustandsbeschränkungen

Was kann man nun tun, um den Zustand h_{verd} trotz dessen Nichtbeobachtbarkeit zu schätzen? Die Kältemittelmasse im Verdampfer und Sammler in irgendeiner Weise zu messen ist zu aufwendig und scheidet als realistische Lösung aus. Wir wissen aber, dass die Gesamtkältemittelmasse im Kreislauf konstant ist. Die konstante Gesamtkältemittelmasse m setzt sich im Modell aus den Massen von Verdampfer (inklusive Sammler), Kondensator und Verdichter zusammen

$$m = m_{\text{verd}} + m_{\text{kond}} + m_{\text{komp,sa}}. \quad (7.25)$$

Die einzelnen Massen hängen direkt von den Zuständen des Modells ab. Gleichung (7.25) ist also eine Nebenbedingung für die Zustandsschätzung. Simon (2010) gibt eine Übersicht über verschiedene Methoden, Zustandsbeschränkungen in Kalman Filtern zu berücksichtigen. Die hier verwendete Methode wird darin als *perfekte Messung* bezeichnet. Die Idee dahinter ist recht einfach und intuitiv zu verstehen. Wir erweitern die Ausgänge des Systems um die Gesamtmasse m und erhalten das erweiterte nichtlineare System

$$\frac{dx_{\text{kkm}}}{dt} = f_{\text{kkm}}(x_{\text{kkm}}, u_{\text{kkm}}), \quad (7.26)$$

$$y_{\text{kkm}} = h_{\text{kkm}}(x_{\text{kkm}}) = \begin{pmatrix} p_{\text{kond}} \\ p_{\text{verd}} \\ m_{\text{verd}} + m_{\text{kond}} + m_{\text{komp,sa}} \end{pmatrix}. \quad (7.27)$$

Wir tun also so, als ob die Gesamtmasse gemessen werden könnte. Als konstanten Messwert für m wird ein zu dem Modell passender Wert angenommen. Es wäre sicherlich auch möglich, die Gesamtmasse beim Befüllen des Kreislaufs einmalig zu messen. Da das Modell des Kreislaufs aber nicht alle Volumen exakt abbildet, ist die genaue Kenntnis der Masse gar nicht wichtig, es reicht eine ungefähre Abschätzung.

Das so erweiterte nichtlineare System (7.27) kann direkt in dem in Abschnitt 7.2 beschriebenen EKF Algorithmus verwendet werden. Wir nehmen an, dass die Masse exakt bekannt ist. Somit wäre der entsprechende Eintrag im Messfehlervektor v gleich Null. Damit wäre aber die Kovarianzmatrix R singulär, was zu großen Fehlern bei numerischen Berechnungen innerhalb des EKF-Algorithmus führen kann. Daher wird ein kleiner Wert größer Null für die Varianz der „gemessenen“ Gesamtmasse angenommen.

7.4. Simulationsergebnisse

Das Verhalten eines EKF wird maßgeblich von den verschiedenen Kovarianzmatrizen bestimmt. Die Einträge darin sind letztendlich Einstellparameter für das gewünschte Verhalten des Beobachters. Die Varianz der Messwerte lässt sich aus vorhandenen Messungen abschätzen. Als Einstellparameter bleiben dann noch die Initialwerte der Schätzfehlerkovarianzmatrix P_0 und die Kovarianzmatrix der Modellfehler Q . P_0 hat nur auf die Startphase einen Einfluss. Vorausgesetzt der EKF ist stabil, konvergiert er unabhängig von P_0 gegen den gleichen stationären Endwert für P . Somit bleiben effektiv als Einstellparameter die Einträge in Q . Dabei bedeuten große Einträge weniger Vertrauen in das Modell und stärkeres Vertrauen in die Messungen.

Im Folgenden werden das Verhalten des in Abschnitt 7.3 entworfenen EKF anhand vorhandener Messungen analysiert und geeignete Einstellparameter ermittelt. Die Messdaten sind mit einem Abtastintervall von einer Sekunde aufgezeichnet. Das EKF wird ebenfalls in Zeitschritten von einer Sekunde ausgeführt. Dabei werden in der Prädiktorphase jeweils 10 explizite Euler-Schritte durchgeführt. Innerhalb des EKF werden alle Zustandsgrößen auf die gleiche Größenordnung skaliert, daher können die Einträge in den Kovarianzmatrizen direkt miteinander verglichen werden. Aus der Analyse der Messdaten folgt für die Kovarianzmatrix der Messungen

$$R = \text{diag} \left(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-8} \right) = \begin{pmatrix} 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-8} \end{pmatrix}. \quad (7.28)$$

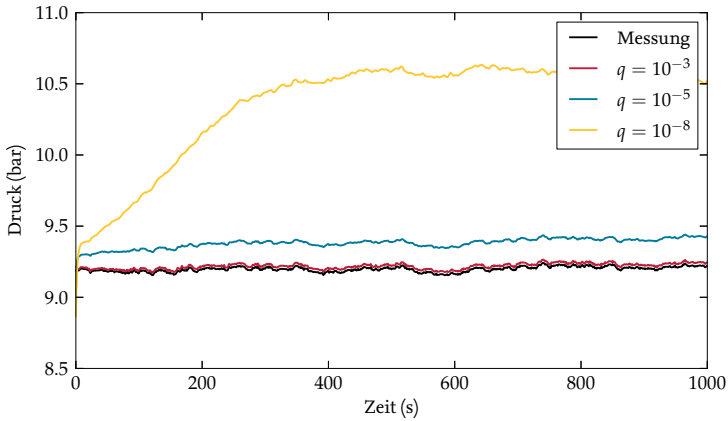
Die ersten zwei Einträge auf der Hauptdiagonalen beschreiben die Varianz der gemessenen Drücke. Wie in Abschnitt 7.3 beschrieben wird die Erhaltung der Gesamtkältemittelmasse über den deutlich kleineren dritten Eintrag erzwungen.

Die Initialisierung der Schätzfehlerkovarianz erfolgt mit

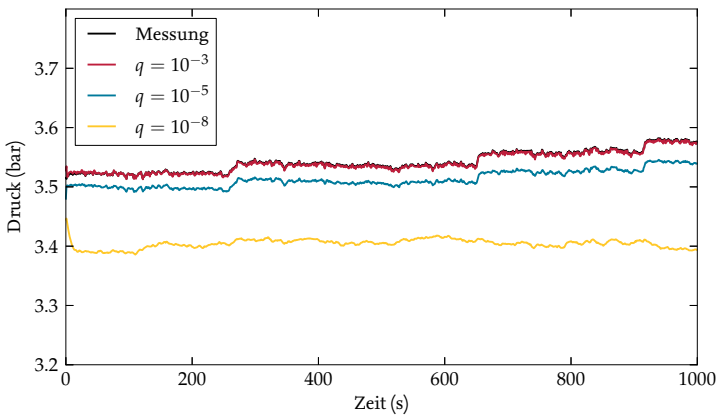
$$P_0 = \text{diag} \left(10^{-6}, \dots, 10^{-6} \right). \quad (7.29)$$

Die Modellfehler werden mit einer einheitlichen Varianz q beschrieben:

$$Q = \text{diag} (q, \dots, q). \quad (7.30)$$



(a) Gemessener und geschätzter Kondensatordruck.



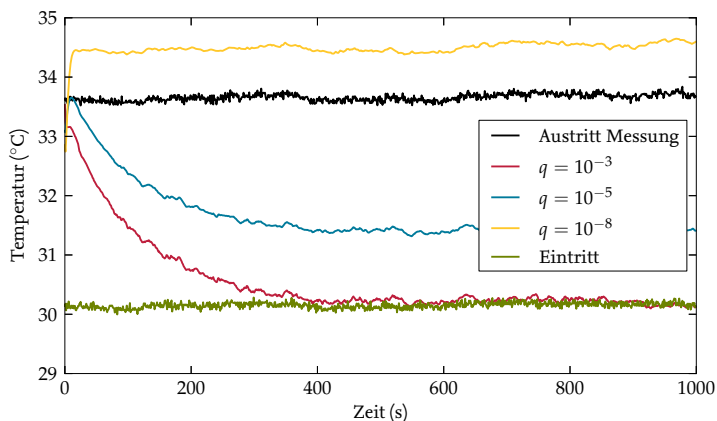
(b) Gemessener und geschätzter Verdampferdruck.

Abbildung 7.2.: Gemessene und geschätzte Drücke bei unterschiedlich angenommenen Modellfehlern. Größere Werte für q bedeuten größere Modellfehler und stärkeres Vertrauen in die Messung. Die gemessenen Drücke sind die Eingangsgrößen des EKF. Bei starkem Vertrauen in die Messung liegen die Messungen (schwarz) und Schätzungen (rot) sehr nahe beieinander.

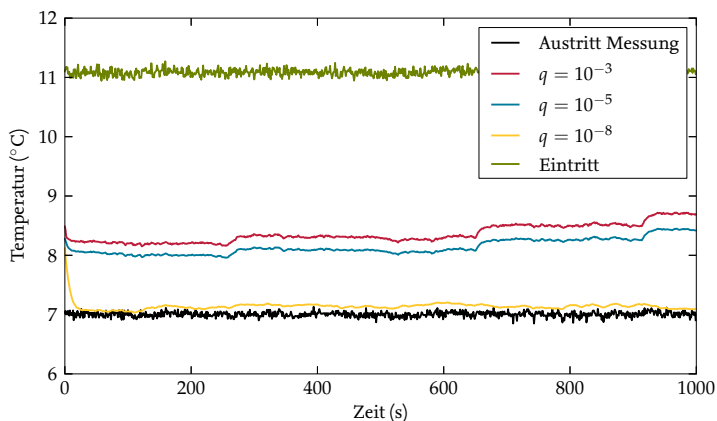
Die Berechnungsergebnisse des EKF sind zusammen mit den Messdaten in den Abbildungen 7.2 und 7.3 dargestellt. Bei relativ groß angenommenen Modellfehlern (10^{-3}) passen die geschätzten Drücke sehr gut mit den Messdaten überein. Allerdings wird dies mit einer großen Abweichung bei den Austrittstemperaturen des Sekundärfluides an Verdampfer und Kondensator erkaufte. Die geschätzte Austrittstemperatur am Kondensator nähert sich sogar der Eintrittstemperatur (Abbildung 7.3(a)), was bedeuten würde, dass am Kondensator überhaupt kein Wärmestrom übertragen wird. Bei verringertem Modellfehler kehrt sich die Situation um. Die geschätzten Austrittstemperaturen passen deutlich besser mit den gemessenen zusammen. Dafür zeigen die Drücke Abweichungen zwischen Messung und Schätzung.

Das Gesamtbild der geschätzten Zustände erscheint bei einem relativ geringen Modellfehler deutlich plausibler. Zudem verhalten sich der Beobachter und damit später der geschlossene Regelkreis zwar träger aber auch deutlich robuster gegenüber Störungen, wenn dem Modell ein erhöhtes Vertrauen geschenkt wird. Daher wird im Folgenden eine konstante Varianz der Modellfehler von 10^{-8} verwendet.

Mit dem so entworfenen Beobachter – EKF mit Zustandsbeschränkung – wird in Kapitel 8 eine Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung an einer realen Kompressionskältemaschine umgesetzt. Der Beobachter kann auch für andere Regelungsverfahren eingesetzt werden, bei denen die Kenntnis des Zustandsvektors erforderlich ist. Als Beispiel sei die Regelung durch Zustandsrückführung genannt. Auch ohne Regler könnte der Beobachter als virtueller Sensor eingesetzt werden, um den Betrieb einer Kompressionskältemaschine zu überwachen und Störungen frühzeitig zu erkennen.



(a) Gemessene und geschätzte Temperaturen des Sekundärfluides im Kondensator.



(b) Gemessene und geschätzte Temperaturen des Sekundärfluides im Verdampfer.

Abbildung 7.3.: Gemessene und geschätzte Temperaturen der Sekundärfluide bei unterschiedlich angenommenen Modellfehlern. Größere Werte für q bedeuten größere Modellfehler und stärkeres Vertrauen in die Messung. Die gemessenen Austrittstemperaturen gehen nicht in den EKF ein, sie dienen ausschließlich zur Kontrolle. Bei starkem Vertrauen in die Messung liegen die geschätzten Austrittstemperaturen (rot) weit von den gemessenen Austrittstemperaturen (schwarz) entfernt.

8 Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung einer Kompressionskältemaschine

Basierend auf den in Kapitel 6 beschriebenen Optimierungsproblemen und dem Beobachter aus Kapitel 7 werden Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelungen (NMPC) für eine Kompressionskältemaschine entworfen und das Verhalten geschlossener Regelkreise untersucht.

Zunächst werden in Abschnitt 8.1 einige Grundlagen zu NMPC diskutiert. In Abschnitt 8.2 wird eine Regelung basierend auf linearen PI-Reglern entworfen. Diese Regelung dient in Abschnitt 8.3 innerhalb von Simulationsstudien als Vergleichsbasis für die NMPC-Regler. Mit den aus der Simulation gewonnen Erkenntnissen wird schließlich eine NMPC entworfen, die an der realen Kompressionskältemaschine aus Kapitel 4 zum Einsatz kommt. Die Versuchsergebnisse werden in Abschnitt 8.5 vorgestellt.

8.1. Grundlagen der Nichtlinearen Modellbasierten Prädiktiven Regelung

Die Grundidee von NMPC ist, das Regelungsziel als Optimierungsproblem zu formulieren, und die aktuellen Stellgrößen durch wiederholtes Lösen solcher Optimierungsprobleme zu bestimmen.

Voraussetzung ist, dass der Zustand des zu regelnden Prozesses zu jedem Zeitpunkt entweder direkt gemessen oder über einen Beobachter, wie er in Kapitel 7 entworfen wird, aus Messdaten hinreichend gut geschätzt werden kann. Mit den aktuellen Initialwerten des Zustandsvektors x_0 kann in jedem Zeitschritt der NMPC ein Optimalsteuerungsproblem (OCP) der Art (6.3) aufgestellt und gelöst werden. Ergebnisse sind optimale zukünftige Trajektorien der Stellgrößen für den betrachteten Zeithorizont. Würde das Modell mit

der realen Regelstrecke perfekt übereinstimmen, könnten wir diese Stellgrößentrajektorien an die Anlage übermitteln, und würden ein perfektes Regelungsergebnis erzielen.

Da es nie ein perfektes Modell geben kann, wird so eine offline optimierte Steuerung in der Regel keine brauchbaren Ergebnisse liefern. Dabei kann zwischen zwei Arten von Modellfehlern unterschieden werden. Zum einen sind das Vereinfachungen in der Beschreibung des Systems selbst und zum anderen Prädiktionsfehler, die durch die Wahl der Systemgrenzen entstehen. Der erste Punkt ist sicherlich direkt nachvollziehbar, auf den zweiten Punkt wird im Folgenden näher eingegangen. Bei der Modellbildung müssen immer an irgendeiner Stelle virtuelle Systemgrenzen gesetzt werden. Störgrößen, die von außerhalb auf das System wirken, können unter Umständen zwar messtechnisch erfasst werden und als Randbedingung im Modell berücksichtigt werden. Aber da ihre Dynamik nicht modelliert ist, kann ihr Verlauf innerhalb der Prädiktion nicht vorhergesagt werden. Würde sich eine solche Störgröße ändern, wäre die zuvor berechnete optimale Stellgrößentrajektorie hinfällig. Die Wahl der Systemgrenzen stellt einen entscheidenden Punkt beim Entwurf einer NMPC da. Zum einen beeinflusst sie unmittelbar die Größe des Modells und damit die Dimension des Optimierungsproblems und zum anderen hat sie durch die beschriebene Störgrößenproblematik einen direkten Einfluss auf die Regelgüte des geschlossenen Regelkreises.

Wegen der Unvermeidbarkeit von Modellfehlern wird bei der NMPC die Optimierung um eine Rückkopplung zur Regelstrecke erweitert. Es wird immer wieder mit jeweils aktuellen Messdaten der Systemzustand x_0 bestimmt und das entsprechend aktualisierte OCP gelöst. Da die dafür notwendige Rechenzeit nicht zu vernachlässigen ist, geschieht diese Aktualisierung in der Regel an diskreten Zeitpunkten mit dem Abstand δ_r . Nun ist die Frage, wie man die Abtastzeit δ_r dieser online Optimierung wählt. Eine naheliegende Lösung wäre, die Zeitspanne so groß zu wählen, dass das OCP zumindest in den meisten Fällen bis zum Erreichen eines Konvergenzkriteriums gelöst werden kann. Diese Herangehensweise hat aber einen entscheidenden Nachteil. Es müssten relativ große Werte für δ_r gewählt werden, und jede Reaktion des Reglers auf Störgrößenänderungen wäre stark verzögert. Dieser Effekt kann neben der schlechteren Regelgüte sogar bis zur Instabilität des geschlossenen Regelkreises führen.

Es gibt verschiedene Methoden, mit denen die Abtastzeit verringert und die Reaktionsgeschwindigkeit des NMPC-Reglers deutlich erhöht werden kann. In Diehl u. a. (2009) ist eine ausführliche Übersicht über die verschiedenen Algorithmen zu finden. Im Folgenden werden drei wesentliche Aspekte des in dieser Arbeit verwendeten Algorithmus, dem *Echtzeit-Iterations-Schema* (Diehl u. a., 2002), beschrieben:

Fortlaufende Iteration. Anstatt das Optimierungsproblem in jedem Zeitschritt bis zur Konvergenz zu lösen, wird jeweils nur eine einzige Iteration durchgeführt. Das hat zwar

auf den ersten Blick den Nachteil, dass der Prozess mit nicht optimalen Stellgrößen betrieben wird. Aber für eine gut funktionierende Regelung ist es zielführender, neue Messdaten möglichst schnell zu verwenden, anstatt lange auf der Basis veralteter Informationen zu arbeiten. Aufeinanderfolgende OCP unterscheiden sich nur geringfügig. Daher kann das Ergebnis der letzten Iteration verwendet werden, um den Optimierungsalgorithmus im nächsten Zeitschritt geschickt zu initialisieren. Wenn die Prädiktion für x_0 korrekt ist, kann mit dieser fortlaufenden Iteration die Lösung des OCP in jedem Zeitschritt verbessert werden und schließlich auch Konvergenz erreicht werden.

Direktes Mehrfachschießverfahren mit Anfangswerteinbettung. Die innerhalb der NMPC auftretenden OCP werden mit dem in Abschnitt 6.2 beschriebenen direkten Mehrfachschießverfahren gelöst. Dabei ist eine entscheidende Frage, wie der Lösungsalgorithmus in den einzelnen Iterationen initialisiert wird. Aufeinanderfolgende OCP unterscheiden sich im Wesentlichen durch neue Anfangswerte für die Prozesszustände. Die Idee der Anfangswerteinbettung ist in der Formulierung des OCP (6.3) im Grunde schon vorweggenommen. Und zwar gehen die Anfangswerte x_0 darin ausschließlich als Nebenbedingung (6.3d) ein. Durch die Diskretisierung des Mehrfachschießverfahrens wird daraus im resultierenden NLP die rein lineare Nebenbedingung (6.10e). Die *Anfangswerte* der Zustände sind also als lineare Nebenbedingung in das zu lösende Optimierungsproblem *eingebettet*. Für die Initialisierung eines OCP zum Zeitpunkt t_k wird nun die Information der aktuellen Anfangswerte $x_0(t_k)$ vernachlässigt. Stattdessen wird zur Initialisierung die Lösung des OCP aus dem vorherigen Zeitpunkt t_{k-1} unverändert verwendet. Das bedeutet zwar zunächst eine Verletzung der Nebenbedingung (6.10e), aber aufgrund ihrer Linearität ist diese bereits nach einem vollständigen Newton-artigen SQP Schritt erfüllt.

Aufteilung in Vorbereitungs- und Antwortphase. Um die Antwortzeit des Reglers auf Störgrößenänderungen weiter zu verringern, wird in Diehl u. a. (2002) die Aufteilung der notwendigen Berechnungen in zwei (um genau zu sein drei) nacheinander ablaufende Phasen vorgeschlagen. Bei entsprechender Formulierung des OCP kann ein Großteil der Rechenoperationen ohne Kenntnis des aktuellen Systemzustands durchgeführt werden. Nach dieser Vorbereitungsphase wird der Systemzustand gemessen und in einer viel kürzeren Antwortphase eine sehr gute Näherung an die Lösung des OCP berechnet.

8.2. Lineare Regelung

Neben den Vorteilen und Möglichkeiten die eine NMPC bietet, ist nicht abzustreiten, dass die Komplexität des resultierenden Regelalgorithmus enorm hoch ist. Beim Mehrfachschießverfahren besteht der Algorithmus im Wesentlichen aus den Teilen

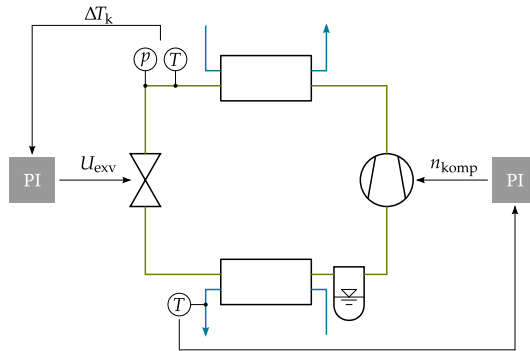


Abbildung 8.1.: Struktur der linearen Regelung.

- Dynamisches Prozessmodell
- Anfangswertlöser mit Ableitungsermittlung
- Optimierer

Jeder dieser Bestandteile ist für sich alleine bereits ein komplexes Konstrukt. Das Zusammenspiel dieser Komponenten zuverlässig und effizient zu implementieren ist eine nichttriviale Aufgabe. Verglichen damit ist die Umsetzung und Auslegung eines linearen Reglers leicht und schnell durchzuführen. Daher sollte jede NMPC Anwendung dem Vergleich mit einer linearen Regelung unterzogen werden, die im Zweifelsfall immer vorzuziehen ist.

Bei dem in dieser Arbeit untersuchten Kompressionskältekreislauf mit Niederdrucksammler und elektronischem Expansionsventil handelt es sich um ein Mehrgrößensystem mit zwei Stellgrößen und mehreren potenziellen Regelgrößen. Beim Entwurf einer linearen Regelung basierend auf PI-Reglern stellt sich daher zunächst die Frage nach einer geeigneten Struktur des Regelkreises.

Die Stellgröße Verdichterdrehzahl n_{komp} beeinflusst unmittelbar den geförderten Kältemittelmassenstrom und damit auch die Kälteleistung. Daher eignet sie sich sehr gut zur Regelung der Kälteleistung bzw. der Austrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer.

Als offene Frage bleibt, wie mit dem übrigen Freiheitsgrad, der Öffnung des Expansionsventils, umzugehen ist. Eine sehr interessante theoretische Untersuchung zur Regelung von Kreisläufen mit Niederdrucksammler und elektronischem Expansionsventil ist

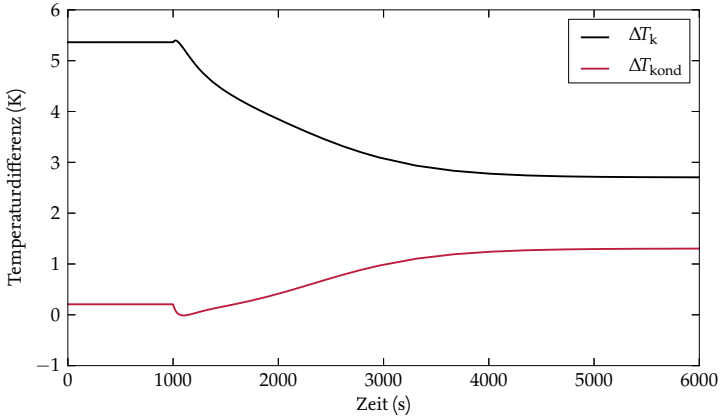


Abbildung 8.2.: Simulierte Sprungantwort zweier potenzieller Regelgrößen auf Öffnung des Expansionsventils.

in Jensen u. Skogestad (2007b) zu finden. Darin wird genau diese Frage behandelt. Es wird nach einer Regelgröße gesucht, die zu einer *selbstoptimierenden* Regelungsstruktur führt. Das bedeutet die Einhaltung eines konstanten Sollwerts für diese Regelgröße bewirkt, dass der Prozess zumindest im stationären Fall immer in der Nähe des Optimums betrieben wird – hier maximale Energieeffizienz. Details zur Theorie der selbstoptimierenden Regelung sind in Skogestad (2000, 2004) zu finden. Das Ergebnis der Analyse für den beschriebenen Anwendungsfall Kompressionskälte ergibt, dass die Unterkühlung des Kältemittels

$$\Delta T_k := T^s(p_{\text{kond}}) - T_{\text{kond,aus}} \quad (8.1)$$

und die Temperaturdifferenz zwischen Kältemittel und Sekundärfluid

$$\Delta T_{\text{kond}} := T_{\text{kond,aus}} - T_{\text{kond,sf,ein}} \quad (8.2)$$

am Kondensatoraustritt die aussichtsreichsten Regelgrößen für eine selbstoptimierende Regelungsstruktur sind. Die von Jensen u. Skogestad (2007b) durchgeführte Analyse beruht ausschließlich auf stationären Modellen. Bei der Auslegung eines Reglers spielt allerdings auch die Dynamik eines Prozesses eine entscheidende Rolle. Wie lange es dauert,

Regler	Stellgröße	Regelgröße	K_P	T_N
Verdichter	$n_{\text{komp}} \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$T_{\text{verd,sf,aus}} \text{ (}^\circ\text{C)}$	19.5	9.95 s
Expansionsventil	$U_{\text{exv}} \text{ (V)}$	$\Delta T_k \text{ (K)}$	0.391	303 s

Tabelle 8.1.: Parameter der beiden PI-Regler.

einen stationären Betriebspunkt einzuregeln, kann genauso wichtig sein wie die Frage nach dessen Optimalität.

Mit dem in Kapitel 2 hergeleiteten dynamischen Modell einer Kompressionskältemaschine kann diese Fragen beantwortet werden. In Abbildung 8.2 sind Simulationsergebnisse der zwei potenziellen Regelgrößen dargestellt. Ausgehend von einem stationären Zustand wird bei 1000 s ein Sprung von 0.5 V auf das Spannungssignal des Expansionsventils gegeben. Es ist zu erkennen, dass sich beide Ausgangsgrößen ähnlich verhalten. Zum einen ändert der Verlauf nach einer ersten schnellen Reaktion seine Richtung. Zum anderen zeigt sich ein sehr träges Verhalten. Der neue stationäre Wert ist erst nach etwa einer Stunde erreicht. Diese Sprungantworten lassen vermuten, dass ein Regelkreis mit einfachem PI-Regler nur vergleichsweise langsam eingestellt werden kann.

Aus der dynamischen Betrachtung ergibt sich aus den beiden potenziellen Regelgrößen kein klarer Favorit. Wir wählen die Unterkühlung als Regelgröße und es folgt die in Abbildung 8.1 skizzierte Struktur mit zwei Teilregelkreisen, die über den Prozess miteinander gekoppelt sind.

Die Einstellung der beiden PI-Regler erfolgt mit einem um den betrachteten Arbeitspunkt linearisierten Modell der Regelstrecke und dem in MATLAB enthaltenen Algorithmus `piddtune` mit Standardeinstellungen. Die resultierenden Reglerparameter sind in Tabelle 8.1 aufgeführt. Die Parameter Nachstellzeit T_N und Proportionalverstärkung K_P sind nach dem Regelgesetz

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad (8.3)$$

definiert. Wobei $u(t)$ die Stellgröße, also den Ausgang des Reglers, und $e(t)$ die Abweichung der Regelgröße von ihrem Sollwert, also den Eingang des Reglers, bezeichnen. Die so definierte lineare Regelung wird im Folgenden in Simulationsrechnungen verwendet.

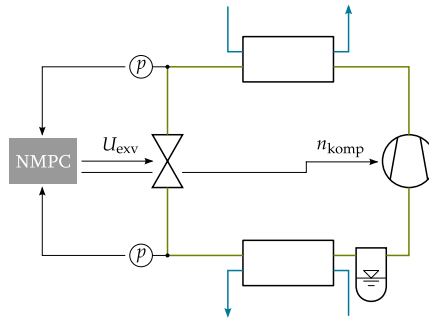


Abbildung 8.3.: Struktur der NMPC für beide Stellgrößen.

8.3. Simulationsstudien

In diesem Abschnitt wird das Verhalten verschiedener Regler anhand von Simulationsergebnissen des geschlossenen Regelkreises untersucht. In allen Simulationsrechnungen wird das gleiche Szenario angenommen. Ausgehend von einem stationären Betriebspunkt des Regelkreises wird die Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer sprunghaft von 10 auf 10,5 °C erhöht. Bei einem konstanten Sollwert der Austrittstemperatur von 7 °C entspricht diese Änderung einer Erhöhung der Kälteleistung um 17 %.

Die NMPC-Regler werden dabei unter idealisierten Bedingungen betrachtet. Dazu gehören:

- Keine Modellfehler, perfekte Übereinstimmung zwischen Regelstrecke und Modell.
- Perfekter Beobachter, alle Zustände sind ohne Fehler bekannt.
- Keine Zeitverzögerung zwischen Messung und Antwort des NMPC-Reglers.

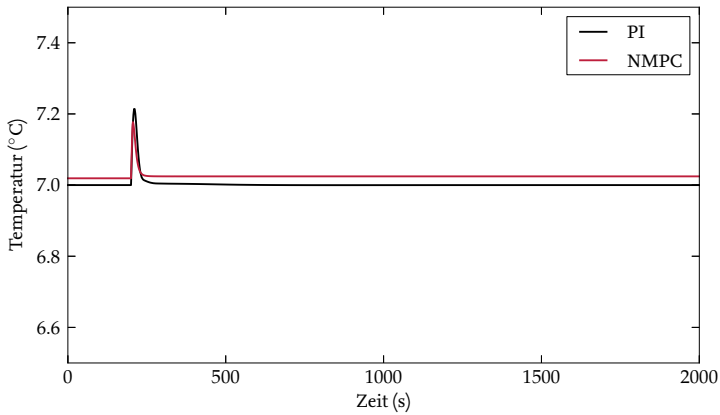
Das in Modelica erstellte Modell der Kompressionskälteanlage wird unter Dymola simuliert und dient als virtuelle Regelstrecke. Parallel dazu wird das gleiche Modell im NMPC-Regler verwendet. Hierfür ist in das Softwarepaket MUSCOD-II eine Schnittstelle zu dem standardisierten Modellaustauschformat Functional Mock-up Interface (FMI) implementiert. Details sind in Gräber u. a. (2012) zu finden. Die Kommunikation zwischen MUSCOD-II und Dymola wird über die Co-Simulations Plattform TISC realisiert.

Vergleich zur linearen Regelung

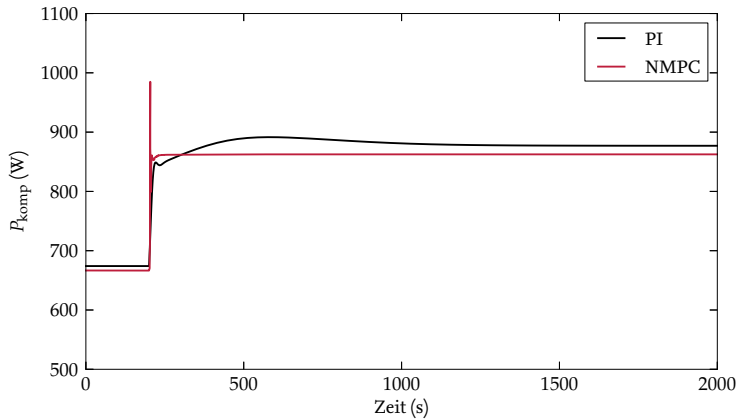
Die naheliegende Form, eine NMPC für die betrachtete Kompressionskältemaschine zu realisieren, ist, beide Stellgrößen – Verdichterdrehzahl und Öffnung des Expansionsventils – über die Optimierung zu bestimmen. Diese Regelungsstruktur ist in Abbildung 8.3 skizziert. Das OCP (6.11) beschreibt das zugehörige Optimierungsproblem. Es wird ein Zeithorizont von 500 s gewählt – mit 10 gleich großen Intervallen des Mehrfachschießverfahrens. Beide Stellgrößen werden durch stückweise konstante Verläufe parametrisiert. Simulationsergebnisse, die diese Wahl begründen, werden in einem folgenden Abschnitt beschrieben. Die Abtastzeit des NMPC-Reglers beträgt konstant 1 s. Dabei ist zu beachten, dass die Dauer der Antwortphase innerhalb einer Echtzeit-Iteration vernachlässigt wird. Als Vergleich dient die zuvor beschriebene lineare Regelung. In den Abbildungen 8.5 und 8.4 sind die Simulationsergebnisse für beide Regelkreise dargestellt.

Das primäre Regelungsziel, die Verdampferaustrittstemperatur des Sekundärfluides wird von beiden Reglern ohne große Unterschiede gut erfüllt (Abbildung 8.4(a)). Bei der NMPC ist eine minimale Regelabweichung zu erkennen, die durch die Kostenfunktion (6.11a) zu erklären ist. Darin werden die Teilkosten beider Regelungsziele – minimale Regelabweichung und minimale Verdichterleistung – mit dem Gewichtungsfaktor a zusammengefasst. Letztendlich handelt es sich also um eine *Mehrzieloptimierung* mit sich gegenseitig beeinflussenden Zielen. Eine höhere Verdampferaustrittstemperatur bedeutet weniger Kälteleistung und damit auch weniger Leistungsaufnahme des Verdichters. Je nach Wahl des Gewichtungsfaktors stellt sich also eine größere oder kleinere positive Regelabweichung ein. Deutliche Unterschiede zwischen beiden Regelkreisen sind beim Stellgrößenverlauf in Abbildung 8.5(b) zu erkennen. Der PI-Regler des Expansionsventils arbeitet wie in Abschnitt 8.2 vermutet sehr langsam. Die NMPC hingegen steuert das Expansionsventil sehr aggressiv und erreicht deutlich schneller einen neuen stationären Wert. Bei der zweiten Stellgröße, Verdichterdrehzahl in Abbildung 8.5(a), ist kein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Varianten zu erkennen. Beide Regler reagieren sehr schnell auf den Sprung der Störgröße Verdampfer Eintrittstemperatur. Zwar nähert sich der PI-Regler nach der ersten Reaktion vergleichsweise langsam seinem neuen stationären Zustand. Aber dies ist durch die Kopplung mit dem langsamen Unterkühlungsregler zu erklären.

Die Erfüllung des zweiten Regelungsziels, Minimierung der Verdichterleistung, ist in Abbildung 8.4(b) zu beurteilen. Es ist zu erkennen, dass der NMPC-Regler besonders unter den neuen Randbedingungen einen energieeffizienteren Betriebspunkt erreicht. Ob dieser theoretische Effizienzgewinn bei einer realen Anlage tatsächlich erreicht werden kann, sei dahingestellt. Entscheidend dafür ist, wie stark die zwangsläufig vorhandenen Abweichungen zwischen Modell und Wirklichkeit die Lage des Optimums beeinflussen.

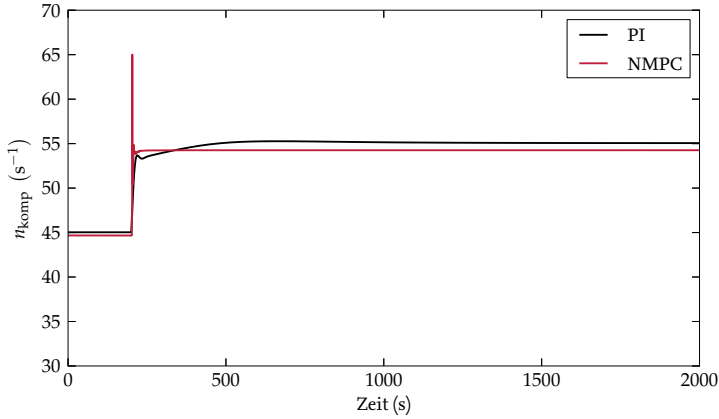


(a) Regelgröße Verdampferaustrittstemperatur.

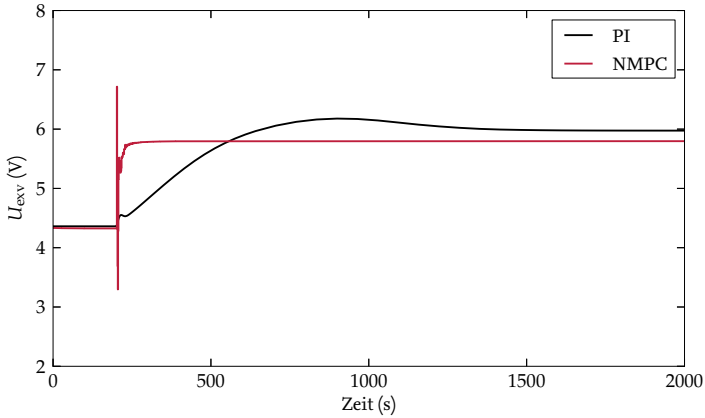


(b) Elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters.

Abbildung 8.4.: Simulationsergebnisse für den PI und NMPC Regelkreis.



(a) Verdichterdrehzahl



(b) Expansionsventilöffnung

Abbildung 8.5.: Simulierte Stellgrößenverläufe des PI und NMPC Regelkreises.

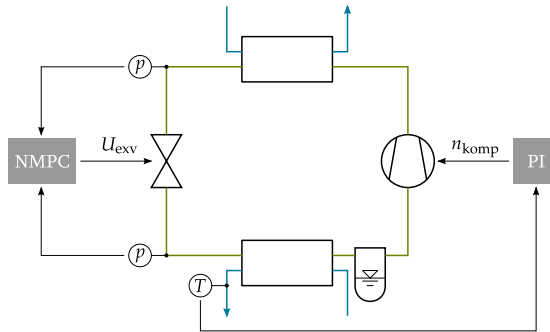


Abbildung 8.6.: Struktur der NMPC mit parallelem PI-Regler.

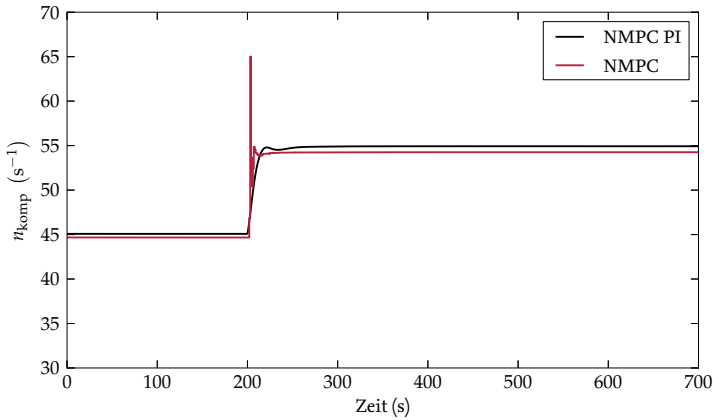
NMPC mit parallelem PI-Regler

Bei der Analyse der Ergebnisse im vorherigen Abschnitt wird deutlich, dass der PI-Regler der Verdampferaustrittstemperatur sehr gut funktioniert. Die NMPC scheint keinen unmittelbaren Vorteil beim Erreichen des primären Regelungsziels zu bewirken. Daher könnte die in Abbildung 8.6 skizzierte Regelungsstruktur mit einem PI-Regler für die Verdichterdrehzahl und einem parallelen NMPC-Regler für die Expansionsventilöffnung ähnliche Ergebnisse wie die vollständige NMPC liefern. Der Vorteil dabei ist, dass sich durch den Wegfall einer Stellgröße die Dimension des Optimierungsproblems deutlich verringert. Damit sinkt die benötigte Rechenzeit. Im reduzierten OCP (6.12) geht nun die Verdichterdrehzahl als Störgröße ein.

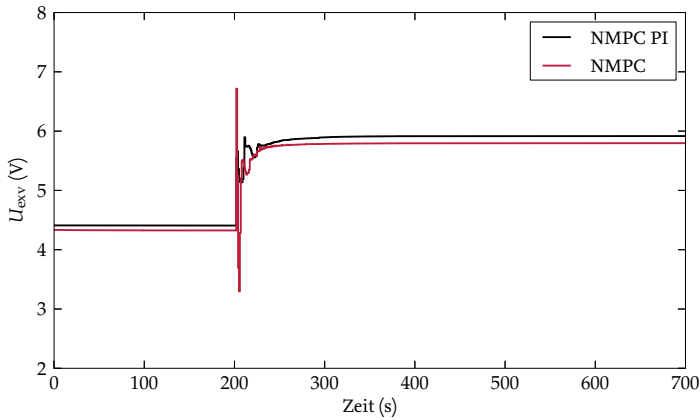
Für die reduzierte NMPC wird ebenfalls ein Zeithorizont von 500 s mit 10 gleich großen Intervallen des Mehrschießverfahrens gewählt. Simulationsergebnisse für den Regelkreis mit reduziertem NMPC und parallelem PI-Regler sind zusammen mit den Ergebnissen für die vollständige NMPC in den Abbildungen 8.7 und 8.8 dargestellt.

Die Stellgrößen zeigen in beiden Fällen ähnliche Verläufe (Abbildung 8.7). Der vollständige NMPC-Regler reagiert etwas aggressiver. Was sich in einem etwas schnelleren Erreichen des neuen stationären Betriebspunkts niederschlägt. Wie auch in den Simulationen zuvor kann der Verdichter PI-Regler den Einfluss der Störgröße gut unterdrücken. Der Sollwert für die Verdampferaustrittstemperatur wird nach etwa zwei Minuten wieder erreicht (Abbildung 8.8(a)).

Der in Abbildung 8.8(b) zu erkennende Unterschied bei der Leistungsaufnahme des Verdichters ist durch die unterschiedlich formulierten Optimierungsprobleme zu erklären.

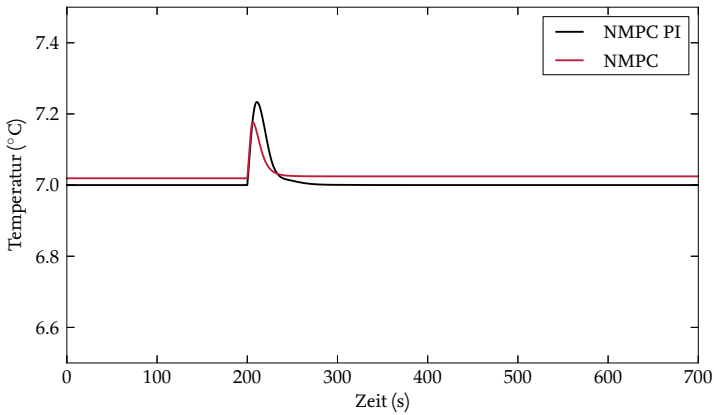


(a) Verdichterdrehzahl

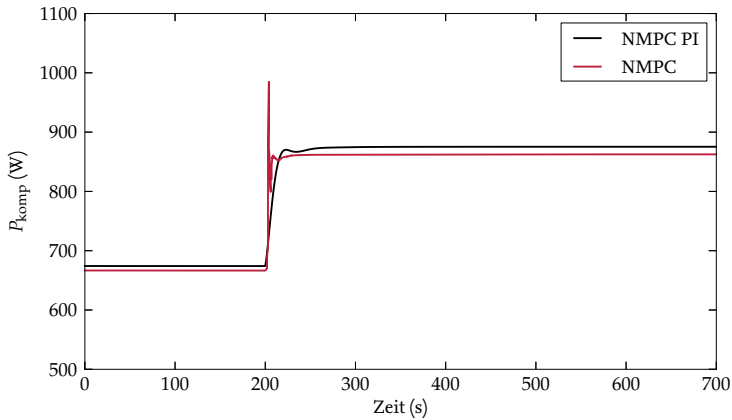


(b) Expansionsventilöffnung

Abbildung 8.7.: Simulierte Stellgrößenverläufe der vollständigen und reduzierten NMPC.



(a) Verlauf der Regelgröße Verdampferaustrittstemperatur.



(b) Elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters.

Abbildung 8.8.: Simulationsergebnisse für den vollständigen und reduzierten NMPC Regelkreis.

Im OCP (6.12) wird nicht die Abweichung der Regelgröße von ihrem Sollwert berücksichtigt. Während diese Abweichung im OCP (6.11) mit einem Wichtungsfaktor in die Kostenfunktion eingeht. Tendenziell führt das bei der vollständigen NMPC zu Betriebspunkten, in denen weniger Verdichterleistung benötigt wird. Allerdings wird bei einer leicht erhöhten Austrittstemperatur (Abbildung 8.8(a)) auch weniger Kälteleistung bereitgestellt.

Insgesamt zeigen sich keine wesentlichen Nachteile der reduzierten NMPC mit parallelem PI-Regler gegenüber der vollständigen NMPC. Klarer Vorteil hingegen ist die verringerte Rechenzeit. Daher wird im Folgenden ausschließlich mit dieser Struktur gearbeitet.

Wahl des Zeithorizonts

Die Länge des Zeithorizonts innerhalb einer NMPC ist ein entscheidender Einstellungsparameter. Größere Werte führen zu stabileren und robusteren Verhalten des Regelkreises, erhöhen aber die benötigte Rechenzeit. Als zweiter wesentlicher Parameter des NMPC-Reglers ist die Diskretisierung des OCP innerhalb des direkten Mehrfachschießverfahrens zu sehen. Eine feinere Diskretisierung erlaubt dynamischere Steuerungsverläufe und verbessert unter Umständen die Konvergenz der Optimierung. Auf der anderen Seite erhöht sich dadurch die Dimension des Optimierungsproblems. Und damit ist eine deutliche Vergrößerung der Rechenzeit verbunden, was sich negativ auf die Reaktionsschnelligkeit des NMPC-Reglers auswirkt.

Für die Regelung der Kompressionskältemaschine stellt sich durch Simulationsexperimente eine Diskretisierung in 10 Intervalle als geeignete Wahl heraus. Allerdings muss ein relativ großer Zeithorizont gewählt werden. Die in Abschnitt 8.2 beschriebene langsame Dynamik des Kältekreislaufs führt zu Schwingungen des NMPC Regelkreises bei zu kleinen Zeithorizonten. In Abbildung 8.9 ist das Simulationsergebnis für einen Horizont von 50 s bei 10 Diskretisierungsintervallen dargestellt. Die Stellgröße Expansionsventilöffnung schwingt mit einer hohen Amplitude zwischen ihrem Minimalwert 2 V und etwa 6 V.

Bei einem Horizont von 100 s stellen sich ebenfalls Dauerschwingungen ein. Erst bei einem größeren Zeithorizont ist der geschlossene Regelkreis stabil. Simulationsexperimente zeigen bei einem Horizont von 200 s stabiles Verhalten des NMPC-Reglers. Um einen Puffer gegenüber Effekten, die bei der realen Anlage aber nicht bei den idealisierten Simulationsbedingungen auftreten, zu haben, wird letztendlich ein Horizont von 500 s gewählt.

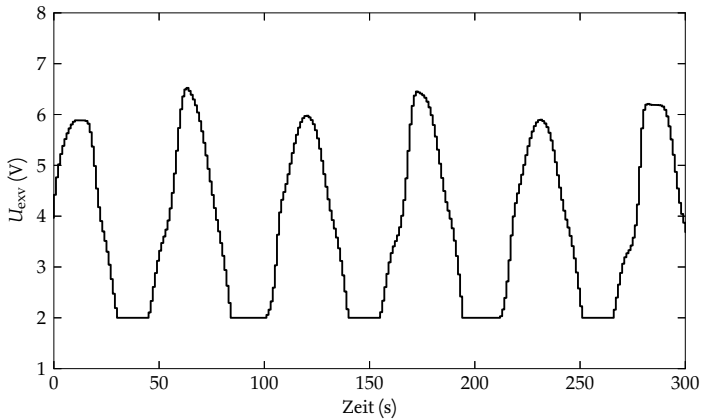
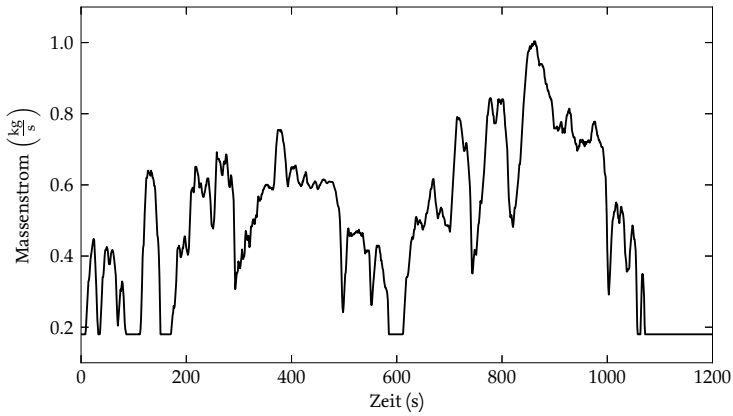


Abbildung 8.9.: Simulationsergebnis für reduzierten NMPC Regelkreis. Ein zu kleiner Zeithorizont von 50 s führt zu Dauerschwingungen der Stellgröße Expansionsventilöffnung.

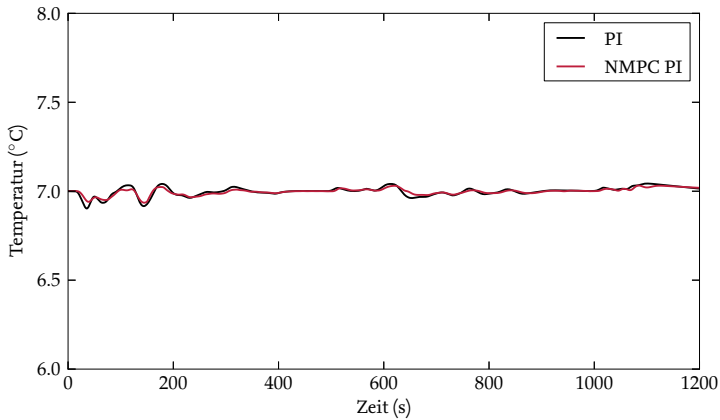
8.4. Potenzialanalyse einer mobilen Anwendung

Die in Abschnitt 8.3 beschriebenen Simulationsergebnisse legen die Vermutung nahe, dass die NMPC einer Kompressionskältemaschine besonders bei dynamischen Randbedingungen vorteilhaft ist. Verglichen mit einer PI-Unterkühlungsregelung, reagiert die NMPC deutlich schneller auf veränderte Randbedingungen. In Abbildung 8.5(b) sind die unterschiedlichen Einschwingzeiten der Expansionsventilöffnung deutlich zu erkennen.

Um zu bewerten, welche Energieeinsparungen mit dem entworfenen NMPC-Regler mit parallelem PI-Regler (NMPC|PI) möglich sind, werden im Folgenden weitere Simulationsrechnungen durchgeführt. Als Szenario mit dynamischen Randbedingungen wird der Einsatz der modellierten Kompressionskältemaschine in einem Fahrzeug untersucht. Die Dimensionen der Anlagenkomponenten entsprechen weitestgehend einem mobilen Kälte- oder Wärmepumpenkreislauf. Der Einsatz solcher Systeme mit Sekundärkreisläufen in Fahrzeugen wird aktuell diskutiert (Wang u. a., 2010; Lemke, 2013). Als virtuelle Regelstrecke wird das Modell der Kompressionskältemaschine mit Komponenten aus der Modelica Bibliothek TIL (Richter, 2008; Gräber u. a., 2010) um den Sekundärkreislauf des Kondensators erweitert. Dabei ist die wesentliche Komponente ein zusätzlicher Wärmeübertrager, der Wärme vom Sekundärkreislauf an die Umgebungsluft überträgt. Der Volumenstrom des Sekundärfluides ist weiterhin konstant, während der Massenstrom der Umgebungsluft in Abhängigkeit der Fahrgeschwindigkeit vorgegeben wird. In Abbildung 8.10(a) ist der



(a) Luftmassenstrom durch den Rückkühler beim Überlandteil des Artemis-Zyklus.



(b) Austrittstemperaturverlauf des Sekundärfluides am Verdampfer. Die Solltemperatur von 7 °C wird von beiden Regelungen gut eingehalten.

Abbildung 8.10.: Simulationsergebnisse für eine mobile Anwendung der NMPC.

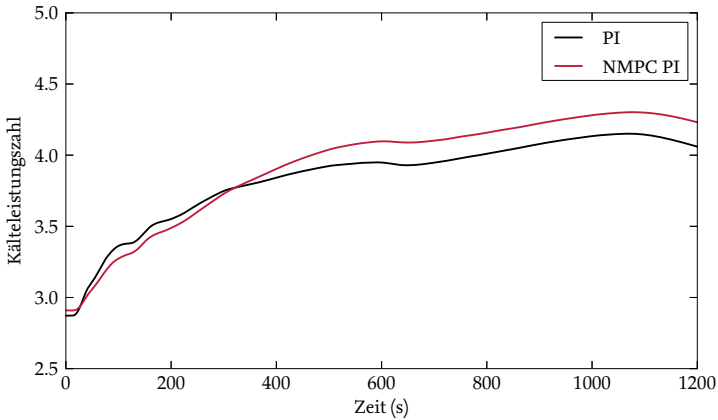
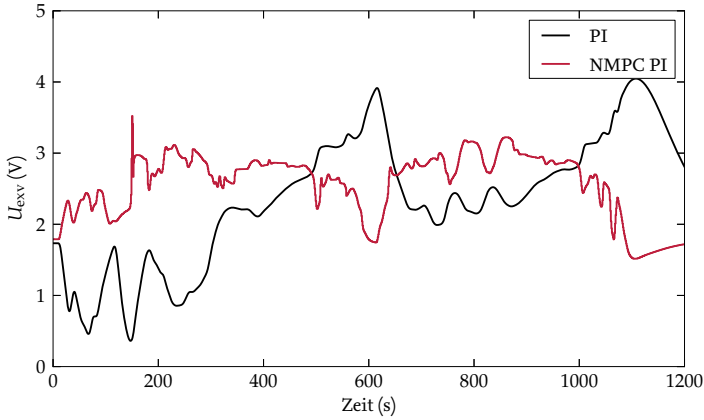


Abbildung 8.11.: Kumulierte Kälteleistungszahl. NMPC zeigt insgesamt 4.2 % höheren COP.

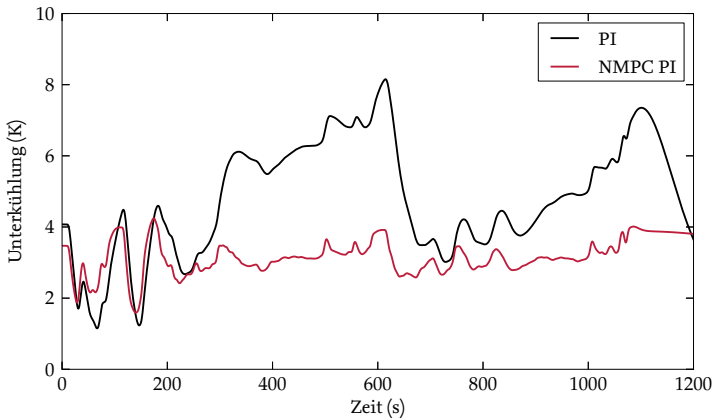
aus dem Überlandteil des Artemis-Zyklus (André, 2004) resultierende Luftmassenstrom dargestellt. Für den Verdampfer wird eine konstante Eintrittstemperatur des Sekundärfluides von 9.5°C angenommen und eine Sollaustrittstemperatur von 7°C eingestellt. Das entspricht einer Kälteleistung von 2.4 kW. Als Vergleich zur NMPC|PI-Regelung dient erneut die PI-Unterkühlungsregelung, wie sie in Abschnitt 8.2 beschrieben ist. Der Sollwert für die Unterkühlung ist konstant auf 4 K eingestellt. In Abbildung 8.10(b) sind die Verläufe der geregelten Austrittstemperatur am Verdampfer für beide Varianten dargestellt. Es sind keine wesentlichen Unterschiede zu erkennen. Die Stellgröße Expansionsventilöffnung in Abbildung 8.12(a) zeigt hingegen deutlich unterschiedliche Verläufe. Dass der Verlauf der NMPC|PI-Regelung zielführender ist, lässt sich an der resultierenden Unterkühlung in Abbildung 8.12(b) erkennen. Bei der NMPC|PI-Regelung bleibt die Unterkühlung weitestgehend in einem Bereich von 2 bis 4 K, während sie bei der PI-Regelung zwischenzeitlich bis zu 8 K beträgt. Die erhöhte Unterkühlung der PI-Regelung macht sich in der resultierenden Energieeffizienz bemerkbar. In Abbildung 8.11 ist die kumulierte Kälteleistungszahl

$$\epsilon(t) = \int_0^t \frac{\dot{Q}_{\text{verd},sf}(\tilde{t})}{P_{\text{komp}}(\tilde{t})} d\tilde{t} \quad (8.4)$$

über der Zeit t aufgetragen. Über den kompletten Zyklus gesehen zeigt die NMPC|PI-Regelung mit 4.23 gegenüber 4.06 eine um 4.2 % verbesserte Kälteleistungszahl.



(a) Verlauf der Expansionsventilöffnung. Stellgröße Expansionsventilöffnung zeigt deutliche Unterschiede, teils gegenläufige Effekte.



(b) Verlauf der Unterkühlung des Kältemittels am Kondensatoraustritt. NMPC resultiert in ruhigerem Verlauf der Unterkühlung.

Abbildung 8.12.: Simulationsergebnisse für eine mobile Anwendung der NMPC.

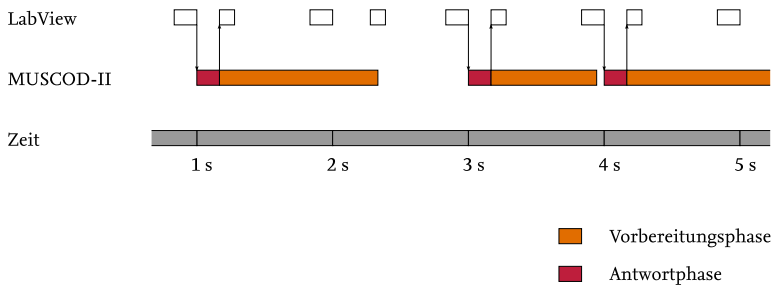


Abbildung 8.13.: Nicht maßstabgetreue Prinzipskizze der Synchronisation des NMPC Regelkreises.

8.5. Umsetzung an einer realen Anlage

Die entworfenen NMPC|PI-Regelung wird an dem in Kapitel 4 beschriebenen Versuchsstand in Realität umgesetzt. Der PI-Regler ist innerhalb LabView-Messprogramms implementiert, das auch zur Kommunikation mit der Messtechnik und zur Datenaufzeichnung verwendet wird. Der in Kapitel 7 entworfene Zustandsbeobachter (EKF) ist in C++ implementiert und als externe Bibliothek in LabView integriert. Über die Co-Simulations-Plattform TISC findet der Datenaustausch zwischen LabView und der als NMPC-Regler agierenden Optimierungssoftware MUSCOD-II statt.

Das Messprogramm in LabView läuft in einer getakteten Echtzeitschleife mit einer festen Periode von 1 s. Innerhalb dieser Schleife finden zwei Synchronisationen mit TISC statt. Bei der ersten Synchronisation werden die neuen geschätzten Zustände an TISC gesendet und bei der zweiten wird die aktualisierte Steuerung empfangen. In MUSCOD-II finden in einer Iteration ebenfalls zwei Synchronisationen statt. Wie in Abschnitt 8.1 beschrieben wird jede SQP Iteration in eine Vorbereitungs- und eine Antwortphase aufgeteilt. Für unsere Anwendung dauert die Vorbereitungsphase zwischen 0.8 und 2 s, während die Antwortphase nur ungefähr 0.1 s Rechenzeit benötigt. In Abbildung 8.13 ist das verwendete Synchronisationsschema dargestellt. Die Vorbereitungsphase wird immer unmittelbar nach der vorherigen Antwortphase gestartet. Im Anschluss daran wird auf die neuesten Messdaten gewartet und damit die nächste Antwortphase durchgeführt. Die neuen Steuerungen werden in der zweiten Synchronisation gesendet. Wie in Abbildung 8.13 bei der ersten und dritten Optimierungsiteration dargestellt kann die Vorbereitungsphase so lange dauern, dass eine Schleifeniteration des Messprogramms übersprungen wird. In diesen Fällen rechnet LabView nach einer gewissen Wartezeit mit den alten Steuerungen weiter.

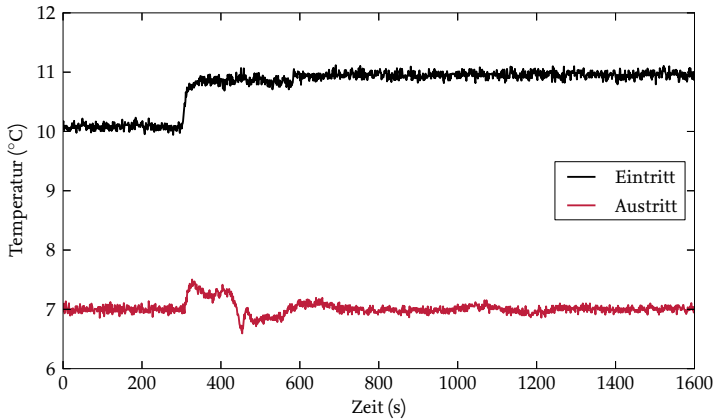
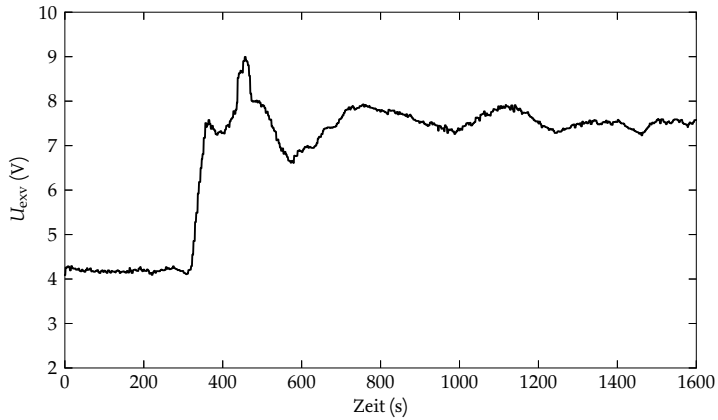


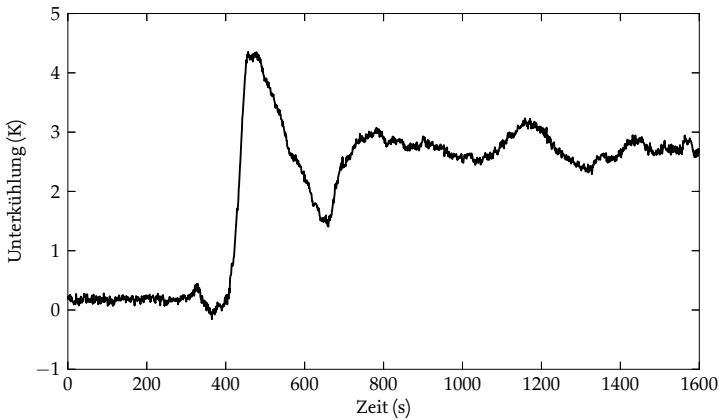
Abbildung 8.14: Messergebnisse des NMPC|PI Regelkreises. Verlauf der Temperaturen des Sekundärfluides am Verdampfer.

Als Experiment wird ausgehend von einem stationären Zustand des Regelkreises die Verdampfereintrittstemperatur des Sekundärfluides sprungförmig von 10 auf 11 °C erhöht. Die Solltemperatur am Verdampferaustritt beträgt konstant 7 °C. In Abbildung 8.14 sind die gemessenen Temperaturverläufe des Sekundärfluides am Verdampfer dargestellt. Man erkennt, dass der PI-Regler gut auf die Störung reagiert. Die maximale Regelabweichung beträgt etwa 0,5 °C und nach etwa 5 min wird der Sollwert wieder erreicht. Das Verhalten des NMPC-Reglers kann in Abbildung 8.15(a) beobachtet werden. Wie auch in den Simulationen reagiert der Regler vergleichsweise aggressiv auf den Störgrößensprung und stellt mit der Expansionsventilöffnung zügig einen neuen stationären Betriebspunkt ein.

Die resultierende elektrische Leistungsaufnahme des Verdichters ist in Abbildung 8.16 dargestellt. Um festzustellen, ob die stationären Betriebspunkte vor und nach dem Störgrößensprung auch tatsächlich die energieeffizientesten sind, hilft ein Vergleich mit den Messergebnissen aus Abschnitt 4.4. Dort wird anstelle der NMPC die Stellgröße Expansionsventilöffnung vorgegeben und variiert. Ansonsten wird das System mit den gleichen Randbedingungen wie im NMPC Experiment betrieben. In Abbildung 8.17 sind Messergebnisse der beiden Experimente dargestellt: Leistungsaufnahme des Verdichters über der Expansionsventilöffnung. Man erkennt, dass die NMPC in beiden stationären Betriebspunkten zu Ventilöffnungen führt, die höher als das tatsächliche Effizienzoptimum liegen. Allerdings ist die Tendenz in beiden Fällen richtig. Es werden Punkte eingeregelt die eine geringe Unterkühlung aufweisen (Abbildung 8.15(b)) und in der Nähe des jewei-



(a) Verlauf der Stellgröße Expansionsventilöffnung.



(b) Verlauf der Unterkühlung des Kältemittels am Kondensatoraustritt.

Abbildung 8.15.: Messergebnisse des NMPC|PI Regelkreises.

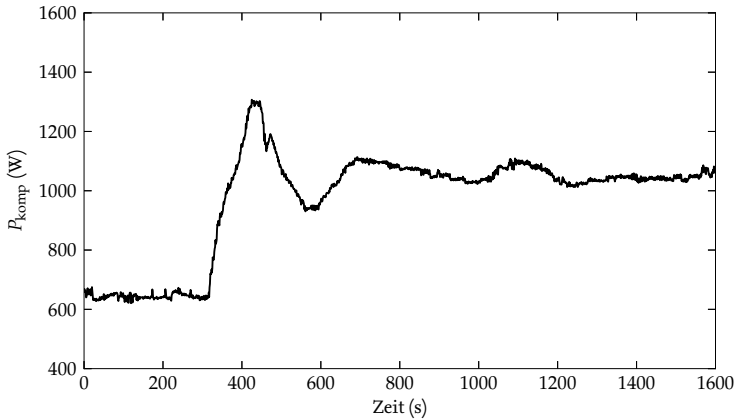


Abbildung 8.16.: Messergebnisse des NMPC|PI Regelkreises. Verlauf der Leistungsaufnahme des Verdichters.

ligen Optimums liegen. Will man das Optimum noch genauer treffen, müssten die Unterschiede zwischen Modell der Kältemaschine und der realen Anlage weiter verringert werden. Zur Verdeutlichung der Modellabweichungen beinhaltet Abbildung 8.17 neben den Messergebnissen auch Simulationsergebnisse des offenen Regelkreises. Die unterschiedliche Lage der Minima bei Modell und Realität ist deutlich zu erkennen.

8.6. Fazit

Die mit Hilfe von Simulationsexperimenten entworfene NMPC mit parallelem PI-Regler funktioniert auch an einer realen Kompressionskältemaschine. Ein Energieeffizienzvorteil gegenüber konventionellen Konzepten, wie der Unterkühlungsregelung mit einem weiteren PI-Regler, ist prinzipiell durch zwei Effekte zu erreichen:

- energieoptimale stationäre Betriebspunkte,
- schnelles Erreichen stationärer Betriebspunkte bei veränderten Randbedingungen.

Die Auswertung der Messergebnisse zeigt, dass der erste Effekt für das untersuchte Szenario aufgrund von Abweichungen zwischen Modell und Wirklichkeit nicht ausgeschöpft

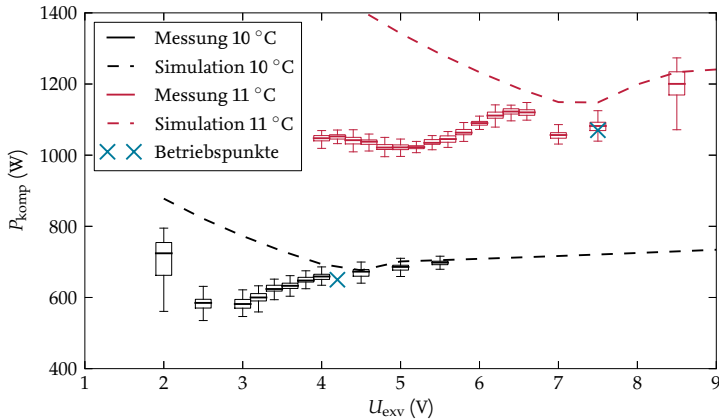


Abbildung 8.17.: Einordnung der gemessenen stationären Betriebspunkte der NMPC. Für zwei verschiedene Randbedingungen sind die sich einstellenden Betriebspunkte des geschlossenen Regelkreises dargestellt. Zusätzlich sind jeweils gemessene und simulierte Betriebspunkte des offenen Regelkreises über der variierten Stellgröße Expansionsventilöffnung aufgetragen.

wird. Es ist zu erwarten, dass mit einer Unterkühlungsregelung mindestens genauso energieeffiziente stationäre Betriebspunkte erreicht werden können. Allerdings zeigen vergleichende Simulationsrechnungen, dass die NMPC deutlich aggressiver auf Störungen reagiert als ein PI-Unterkühlungsregler. Besonders bei dynamischen Randbedingungen macht sich dieser Vorteil auch in einer verbesserten Energieeffizienz bemerkbar. Beim Einsatz der Kältemaschine in einem Fahrzeug zeigen Simulationsrechnungen eine Effizienzsteigerung von 4.2 % der NMPC gegenüber einer PI-Regelung. Ein deutlich größeres Einsparpotenzial auch bei nicht hochdynamischen Randbedingungen ist zu erwarten, falls in einer Kälteanlage weitere Stellgrößen verfügbar sind, und diese in die NMPC eingebunden werden. Insbesondere Lüfter und Pumpen von Sekundärkreisläufen bieten interessantes Optimierungspotenzial. Die Drehzahlen dieser Komponenten haben zwei gegenläufige Effekte auf die Gesamtenergieeffizienz einer Anlage. Eine Erhöhung führt zu einem größeren Volumenstrom und damit zu einem verbesserten Wärmeübergang. Allerdings erhöht sich dadurch auch der Energiebedarf der Komponente selbst. Besonders bei mehreren Pumpen und Lüftern ist das resultierende Energieoptimum nicht einfach vorherzusagen und durch klassische Regelungskonzepte schwer zu erreichen. Die in dieser Arbeit entwickelte NMPC hingegen kann naturgemäß um zusätzliche Stellgrößen und Anlagenkomponenten erweitert werden. Damit kann das jeweilige Energieoptimum im Rahmen der Modellgüte zuverlässig und vor allem schnell erreicht werden.

9 Leistungsmaximierende Regelung einer Adsorptionskältemaschine

In diesem Kapitel werden basierend auf dem in Kapitel 3 hergeleiteten Modell neuartige Regelungskonzepte für Adsorptionskältemaschinen entwickelt und untersucht.

Zunächst wird die Idee der NMPC auf den periodischen Betrieb einer Adsorptionskältemaschine übertragen und in Abschnitt 9.1 mit Hilfe von Simulationsrechnungen analysiert. Auf den Ergebnissen aufbauend wird in Abschnitt 9.2 eine selbstoptimierende Regelung für periodische Prozesse allgemein hergeleitet und in Abschnitt 9.3 zur Kälteleistungsmaximierung von Adsorptionskältemaschinen angewandt. Eine experimentelle Funktionsdemonstration an der realen Anlage aus Kapitel 5 folgt in Abschnitt 9.3. Anhand von Simulationsrechnungen wird die neue Regelungsmethode in Abschnitt 9.4 mit bekannten Konzepten verglichen. Im letzten Abschnitt 9.5 werden zusätzliche Optimierungsergebnisse zur Prozessführung von Adsorptionskältemaschinen mit variabler Rückkühltemperatur vorgestellt.

9.1. NMPC bei verschiedenen Horizontlängen

Die in Abschnitt 8.1 beschriebene NMPC Methode ist für Prozesse mit kontinuierlichen Stellgrößen entworfen. Um sie auf den diskontinuierlichen Betrieb einer Adsorptionskältemaschine zu übertragen, müssen die binären Stellgrößen (Ventilstellungen) gesondert behandelt werden. Hierfür bieten sich zwei Möglichkeiten an.

Die erste Möglichkeit ist, mit der Definition verschiedener nacheinander ablaufender Prozessstufen eine feste Schaltstruktur vorzugeben. Die Längen der einzelnen Stufen sind dann die neuen kontinuierlichen Stellgrößen. Diese Vorgehensweise ist in der OCP Formulierung (6.16) gewählt und wird in dieser Arbeit ausschließlich angewandt. Die zweite Möglichkeit ist, ein gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblem zu formulieren. Dabei werden direkt die Trajektorien der binären Stellgrößen optimiert. Das bedeutet, es wird

keine feste Schaltstruktur vorgegeben, sondern diese ist Ergebnis der Optimierung. Durch eine Umformulierung des gemischt-ganzzahligen in ein kontinuierliches Optimierungsproblem mittels *äußerer Konvexifizierung* kann dieses effizient gelöst werden, siehe Sager (2009); Kirches (2011). Allerdings zeigt sich für die betrachtete Anwendung Adsorptionskälte, dass es bei dieser Problemformulierung eine große Anzahl an stark ausgeprägten lokalen Minima gibt. Für die verwendeten lokalen Optimierungsverfahren stellt das ein erhebliches Problem dar, so dass dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wird.

Wie bei jedem Entwurf einer NMPC stellt sich die Frage nach dem geeigneten Zeithorizont. Längere Zeithorizonte bedeuten in der Regel eine höhere Regelgüte und Stabilität. Aus theoretischer Sicht wäre sogar ein unendlich langer Zeithorizont ideal. Auf der anderen Seite bedeutet ein längerer Horizont auch einen höheren Rechenaufwand und damit eine größere Antwortverzögerung des Reglers. Da in der gewählten Formulierung die Länge der Prozessabschnitte frei zur Optimierung sind, macht es keinen Sinn einen konstanten Zeithorizont zu wählen, sondern vielmehr eine konstante Anzahl s an Prozessabschnitten. Um zu untersuchen, welche Anzahl an Prozessabschnitten sinnvoll ist, werden im Folgenden Experimente mit einem NMPC-Regler und der simulierten Regelstrecke für verschiedene s durchgeführt. Dabei werden die idealisierten Annahmen eines perfekten Modells und der direkten Messbarkeit aller Zustandsgrößen getroffen. Nach einer gewissen Anzahl an Zyklen – theoretisch nach unendlich vielen – stellt sich für den geschlossenen Regelkreis ein zyklisch stationärer Zustand ein. Welcher zyklisch stationäre Zustand für die gegebenen Randbedingungen optimal ist, lässt sich durch Lösen des OCP (6.16) bestimmen. Dieses Optimum dient im Folgenden als Vergleichsmaßstab. In Abbildung 9.1 sind die resultierenden Sorptionsdauern im zyklisch stationären Zustand für verschiedene s dargestellt.

Das Ergebnis erscheint auf den ersten Blick sehr merkwürdig. Für 3-13 Zyklen nähert sich das stationäre NMPC Ergebnis wie erwartet dem Ergebnis mit unendlich großem Zeithorizont an. Berücksichtigt man allerdings nur einen Zyklus als Horizont, stellt sich im stationären Zustand des Regelkreises exakt das gleiche Ergebnis wie für den unendlich großen Horizont ein. Es ist zu beachten, dass es hier nur um das stationäre Ergebnis geht. Der Weg dorthin ist durchaus ein anderer für $s = 1$ und $s = \infty$. Es scheint also so, als ob eine NMPC mit nur einem Zyklus als Horizont bereits ein sehr gutes Ergebnis erzielt. Bemerkenswert ist außerdem, dass für NMPC mit $s = 1$ weder ein Modell der Regelstrecke noch ein Optimierungsalgorithmus verwendet werden muss. Wie wir im Folgenden sehen werden, kann das Optimum direkt aus aktuellen und vergangenen Messungen bestimmt werden. Dies führt unmittelbar zu einer selbstoptimierenden Regelung für Adsorptionskältemaschinen – oder weiter gefasst für periodische Prozesse. Im Folgenden wird diese neuartige Regelungsmethode formell für periodische Prozesse eingeführt und schließlich experimentell an einer Adsorptionskältemaschine erprobt.

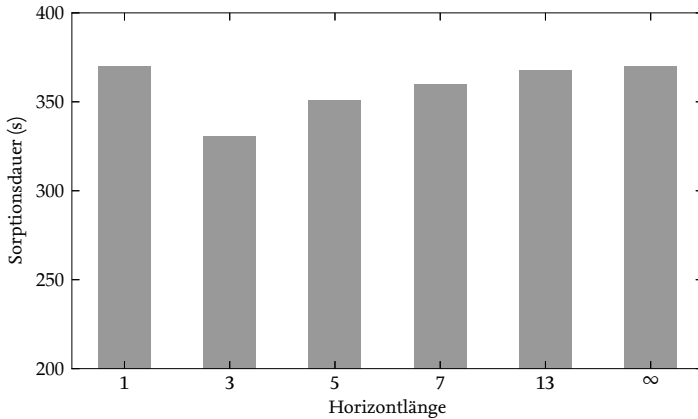


Abbildung 9.1.: Simulationsergebnisse für den geschlossenen NMPC Regelkreis. Sorptionsdauer im zyklisch stationären Zustand bei variiert Anzahl an Prozessabschnitten innerhalb des Horizonts.

9.2. Selbstoptimierende Regelung für periodische Prozesse

Definition 9.1 (Periodischer Prozess) Für einen periodischen Prozess sei die Zyklusdauer $\tau > 0$ einzige Stellgröße. Die Zeit t sei 0 zu Beginn jedes Zyklus. Der Zustand des Prozesses sei zu jedem Zeitpunkt über den Zustandsvektor x eindeutig beschrieben. Die Zustandstrajektorie $x(\cdot)$ innerhalb eines Zyklus sei stetig.

Definition 9.2 (Optimaler lokaler Prozessverlauf) Für einen periodischen Prozess nach Definition 9.1 sei ein optimaler Prozessverlauf innerhalb eines Zyklus dadurch definiert, dass das zeitliche Mittel einer stetig differenzierbaren Kostenfunktion $\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ minimal ist. Die optimale Zyklusdauer τ^* folgt somit als

$$\tau^* = \arg \min_{\tau} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(x(t)) dt. \quad (9.1)$$

Für das Optimierungsproblem (9.1) kann eine notwendige Optimalitätsbedingung mit

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(x(t)) dt \right)_{\tau=\tau^*} = 0 \quad (9.2)$$

formuliert werden. Daraus folgt

$$\frac{1}{\tau^{*2}} \left([\Phi(x(\tau^*)) - \Phi(x(0))] \tau^* - \int_0^{\tau^*} \Phi(x(t)) dt \right) = 0. \quad (9.3)$$

Was wiederum aufgelöst werden kann zu

$$\Phi(x(\tau^*)) = \Phi(x(0)) + \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \Phi(x(t)) dt. \quad (9.4)$$

Eine hinreichende Bedingung für die Existenz eines Minimums an der Stelle τ^* ist, dass die zweite Ableitung größer null ist

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \left(\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(x(t)) dt \right)_{\tau=\tau^*} > 0. \quad (9.5)$$

Daraus folgt mit Gleichung (9.3) nach einigen Umformungen

$$\frac{d}{d\tau^*} \Phi(x(\tau^*)) > 0. \quad (9.6)$$

Für einen periodischen Prozess nach Definition 9.1 lässt sich nun eine selbstoptimierende Regelung entwerfen, indem man die Optimalitätsbedingungen (9.4) und (9.6) in ein Schaltkriterium für die Beendigung des Zyklus verwandelt.

Satz 9.1 (Optimale Zyklusregelung) *Wenn der Zyklus eines periodischen Prozesses nach Definition 9.1 immer dann beendet wird, wenn gilt*

$$\Phi(x(t)) = \Phi(x(0)) + \frac{1}{t} \int_0^t \Phi(x(\tilde{t})) d\tilde{t} \quad (9.7a)$$

und

$$\frac{d}{dt} \Phi(x(t)) > 0, \quad (9.7b)$$

dann wird in jedem Zyklus eine nach Definition 9.2 optimale Prozessführung erreicht.

Die nach Satz 9.1 definierte Prozessregelung ist sehr einfach umzusetzen, wenn die in die Kostenfunktion Φ eingehenden Zustände gemessen oder aus Messdaten geschätzt werden können. Das Integral in Gleichung (9.7a) kann dann durch rekursive Integrationsformeln ausgewertet werden.

Was wir bisher noch komplett außen vor gelassen haben, ist die Frage nach dem Anfangs- und Endzustand des Prozesses innerhalb eines Zyklus. In der Regel ist man nicht daran interessiert, wie in Definition 9.2 nur den lokalen Prozessverlauf innerhalb eines Zyklus zu optimieren, sondern vielmehr einen optimalen globalen Prozessverlauf über mehrere Zyklen hinweg zu erreichen. Auf unendlich viele Zyklen ausgeweitet geht es letztendlich um einen optimalen zyklisch stationären Zustand des Prozesses. Das bedeutet, es soll sich ein eingeschwungener Zustand einstellen, für den in jedem Zyklus gilt

(a) $x(0) = x(\tau)$ und

(b) Lokal optimaler Prozessverlauf nach Definition 9.2

Bedingung (b) ist per Definition der Regelung immer erfüllt, siehe Satz 9.1. Bei Bedingung (a) wird es allerdings schwieriger. Nachzuweisen, dass sich nach einer gewissen Zyklenzahl mit der vorgeschlagenen Regelung ein zyklisch stationärer Zustand einstellt, scheint nicht prinzipiell unmöglich, geht aber über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Vielmehr drehen wir die Argumentationskette um und stellen fest: Wenn sich mit der Regelung basierend auf einem optimalen lokalen Prozessverlauf ein zyklisch stationärer Zustand einstellt, ist das zwangsläufig der gewünschte optimale globale Prozessverlauf. Für das betrachtete Adsorptionskältesystem wird in allen Simulationsstudien und auch bei der realen Umsetzung dieser Regelung immer ein zyklisch stationärer Zustand erreicht.

9.3. Neuartige Regelungsmethode zur Kälteleistungsmaximierung

Eine Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine durchläuft in einem Zyklus vier Prozessschritte, die in Abschnitt 3.1 beschrieben und in Tabelle 6.1 definiert sind. Die Dauer der vier Prozessschritte stellen die Freiheitsgrade der Prozessführung dar.

Wir betrachten zunächst die Dauer der isothermen Prozessschritte Heizen und Kühlen (Modus 1 und 3). Dabei sind die Ventile der Adsorber geschlossen und es findet kein Stoffaustausch statt. Die Adsorber werden durch Zufuhr bzw. Abfuhr von Wärme auf das jeweilige andere Druckniveau gebracht. Bei verschiedenen Optimierungsrechnungen zur Kälteleistungsmaximierung hat sich gezeigt, dass es immer optimal ist, die isothermen Prozessschritte so früh wie möglich zu beenden – also genau dann, wenn beide Adsorber das Druckniveau von Verdampfer bzw. Kondensator erreicht haben. Das entspricht dem Verhalten von Rückschlagklappen, die oft in Adsorptionskältemaschinen verbaut werden. In der hier betrachteten Versuchsanlage sind aktiv schaltbare Ventile eingesetzt. Da die Drücke in den einzelnen Behältern gemessen werden, können die Ventile allerdings so geschaltet werden, wie sich eine Rückschlagklappe verhalten würde.

Mit dieser Schaltstrategie werden aus den 4 Freiheitsgraden bei der Prozessführung nur noch 2. Betrachtet man die zwei Adsorber der Anlage als perfekt symmetrisch, reduzieren sich die Freiheitsgrade auf 1 – die Dauer der Sorptionsphase. Wir können somit die Zwei-Bett-Adsorptionskältemaschine als periodischen Prozess nach Definition 9.1 mit der halben Gesamtzykluslänge als Prozessdauer τ betrachten. Wenn im Folgenden der Begriff Zyklus oder Zyklusdauer verwendet wird, ist damit bezogen auf den gesamten Adsorptionskälteprozess ein Halbzyklus gemeint.

Die Zyklusdauer soll so gewählt werden, dass im stationären Zustand die maximale mittlere Kälteleistung erreicht wird, also das Optimierungsproblem

$$\min_{\tau} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} -\dot{Q}_{\text{verd,sf}}(t) dt \quad (9.8)$$

gelöst wird. Mit Satz 9.1 folgen daraus die Bedingungen zum Beenden des Zyklus als

$$\dot{Q}_{\text{verd,sf}}(t) = \dot{Q}_{\text{verd,sf}}(0) + \frac{1}{t} \int_0^t \dot{Q}_{\text{verd,sf}}(\bar{t}) d\bar{t} \quad (9.9a)$$

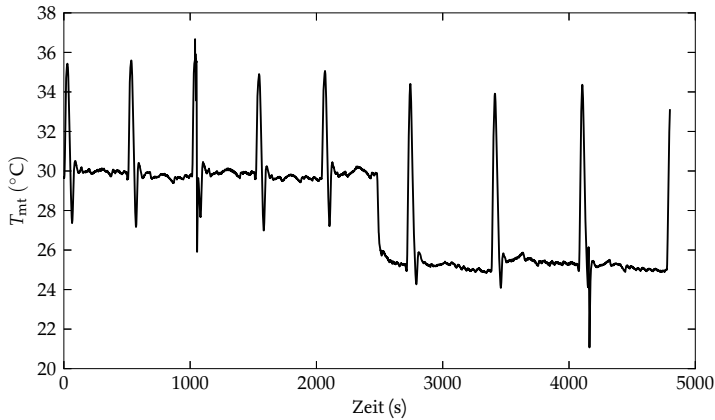


Abbildung 9.2.: Gemessener Verlauf des Mitteltemperaturniveaus. Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Kondensator und am gekühlten Adsorber.

und

$$\frac{d}{dt} \dot{Q}_{\text{verd},\text{sf}}(t) < 0. \quad (9.9b)$$

Dabei wird der Wärmestrom über eine quasistationäre Energiebilanz aus Temperaturmessungen berechnet. Mit als konstant angenommenen Stoffdaten des Sekundärfluides folgt

$$\dot{Q}_{\text{verd},\text{sf}} \approx [\dot{m} c_p (T_{\text{ein}} - T_{\text{aus}})]_{\text{verd},\text{sf}}. \quad (9.10)$$

An dem in Kapitel 5 beschriebenen Prüfstands Aufbau einer Adsorptionskältemaschine wird die Leistungsfähigkeit dieser neuen Regelungsmethode experimentell untersucht. Ausgehend vom eingeschwungenen Zustand beim Temperaturtripel 90/30/10 °C wird das Mitteltemperaturniveau T_{mt} auf 25 °C gesenkt. Abbildung 9.2 zeigt den gemessenen Temperaturverlauf. Die beiden anderen Temperaturniveaus bleiben unverändert.

Die Funktionsweise des Reglers ist in Abbildung 9.3 gut zu erkennen. Dargestellt ist zum einen die gemessene Kälteleistung $\dot{Q}_{\text{verd},\text{sf}}$ und die gemittelte Kälteleistung innerhalb eines Zyklus

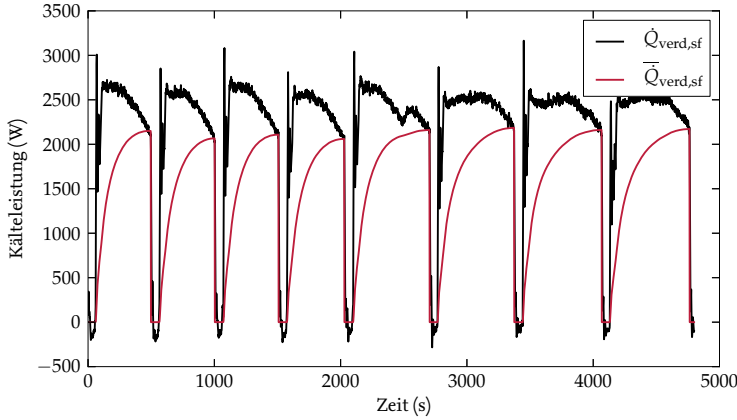


Abbildung 9.3.: Gemessener Verlauf der aktuellen und gemittelten Kälteleistung. Die entworfene Regelung beendet den Zyklus, wenn die schwarze Kurve die rote Kurve von oben kommend schneidet.

$$\bar{Q}_{\text{verd,sf}}(t) := \frac{1}{t} \int_0^t \dot{Q}_{\text{verd,sf}}(\tilde{t}) \, d\tilde{t}. \quad (9.11)$$

Jeder Zyklus wird beendet, sobald Schaltbedingung (9.9) erfüllt ist. Grafisch interpretiert bedeutet das, dass in Abbildung 9.3 die schwarze Kurve die rote Kurve von oben kommend schneiden muss. Um den Einfluss von Rauschen zu unterdrücken, wird in der tatsächlich ausgewerteten Schaltbedingung ein gefiltertes Signal der aktuellen Kälteleistung verwendet.

Innerhalb des 5. Zyklus ändert sich die Rückkühltemperatur sprunghaft. Wie in Abbildung 9.3 zu sehen ist, hat dies einen direkten Einfluss auf die aktuelle Kälteleistung und damit über die Regelung auf die Zyklusdauer. Man erkennt deutlich, dass sich mit dem neuen Mitteltemperaturniveau eine längere Zyklusdauer einstellt. In Tabelle 9.1 sind die resultierenden Längen der Ad- und Desorptionsphasen aufgeführt. Verglichen mit den experimentell ermittelten Optima in Abbildung 5.2 wird deutlich, dass mit der neuen Regelungsmethode auch tatsächlich die für die jeweiligen Randbedingungen optimale Zyklusdauer erreicht wird.

Zyklus	Dauer der Sorptionsphase
1	437 s
2	438 s
3	437 s
4	454 s
5	605 s
6	607 s
7	626 s
8	632 s

Tabelle 9.1.: Auswertung der Messung mit selbstoptimierender Regelung.

9.4. Vergleich zu bestehenden Regelungsmethoden

Das in Kapitel 3 hergeleitete dynamische Modell der Adsorptionskältemaschine wird genutzt, um die in Abschnitt 9.3 entworfene Regelung mit bestehenden Konzepten zu vergleichen. Ähnlich der Arbeit von Schicktanz (2011) wird in Simulationsexperimenten untersucht, wie der geschlossene Regelkreis auf Störungen in den Eintrittstemperaturen der Sekundärkreisläufe reagiert.

Als Vergleich dient eine Regelung nach Büttner u. Mittelbach (2011). Darin sind verschiedene Methoden zur Regelung einer Adsorptionskältemaschine mit variabler Zyklusdauer beschrieben, die alle auf einem Vergleich der aktuell gemessenen Temperatur des Sekundärfluides am Verdampferaustritt $T_{\text{verd},sf,\text{aus}}$ mit einem gemittelten oder konstanten Wert basieren. Eine Variante kommt der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Regelung sehr nahe. Dabei wird der aktuelle Messwert $T_{\text{verd},sf,\text{aus}}(t)$ mit dem über einen Halbzyklus gemittelten Wert

$$\bar{T}(t) := \frac{1}{t} \int_0^t T_{\text{verd},sf,\text{aus}}(t) dt \quad (9.12)$$

verglichen, und die Sorptionsphase beendet, sobald die Kurve der aktuellen Temperatur die der gemittelten von unten schneidet. Diese Variante wird auch in Schicktanz (2011) verwendet. Dabei treten Probleme insbesondere bei Störungen der Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer auf. Daher werden in den folgenden Simulationsexperimenten ebenfalls solche Störungen untersucht.

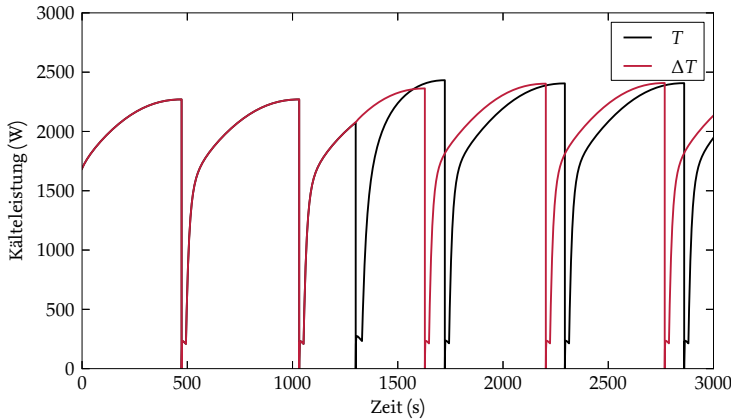


Abbildung 9.4.: Simulierte durchschnittliche Kälteleistung für zwei Regelungsvarianten. Zum Zeitpunkt 1300 s wird die Eintrittstemperatur des Sekundärfluides am Verdampfer um 1 K erhöht. Die Regler reagieren unterschiedlich auf diese Störung.

Setzt man Gleichung (9.10) in Gleichung (9.11) ein folgt mit $\Delta T := (T_{\text{ein}} - T_{\text{aus}})_{\text{verd,sf}}$ unmittelbar

$$\overline{\Delta T}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \Delta T(t) dt. \quad (9.13)$$

Die Ähnlichkeit zu Gleichung (9.12) ist deutlich erkennbar. Der einzige Unterschied zwischen den zwei Regelungen ist, dass in der Variante nach Büttner u. Mittelbach (2011) die Austrittstemperatur und in der neuen Variante die Temperaturdifferenz des Sekundärfluides im Verdampfer maßgebend für die Beendigung der Sorptionsphase ist. Im Folgenden werden die beiden Varianten als T -Regelung und ΔT -Regelung bezeichnet.

Wie in Abbildung 9.4 anhand von Simulationsergebnissen für beide Regelungen zu erkennen ist, hat dieser vermeintlich kleine Unterschied aber deutliche Konsequenzen. Die über einen Halbzyklus gemittelte Kälteleistung ist zu Beginn für beide Varianten identisch. Das liegt daran, dass die Eintrittstemperatur am Verdampfer konstant ist, und es keinen Unterschied macht, ob man die Austrittstemperatur oder die Temperaturdifferenz als Reglereingang verwendet. Zum Zeitpunkt 1300 s wird ein Sprung von 1 K auf die Eintrittstemperatur gegeben. Wie auch von Schicktanz (2011) beobachtet führt dies bei der

T -Regelung unmittelbar zur Beendigung der Sorptionsphase, während die ΔT -Regelung die aktuelle Sorptionsphase sogar verlängert. Nach wenigen Zyklen mit weiterhin konstanter Eintrittstemperatur gleichen sich beide Varianten wieder an und stellen die gleiche Sorptionsdauer ein.

Mit ein wenig Interpretation ist aus Abbildung 9.4 ersichtlich, dass die ΔT -Regelung insgesamt eine höhere mittlere Kälteleistung erzielt. Um die Ergebnisse quantitativ zu bewerten, vergleichen wir die Kälteleistung beider Regelungen gemittelt über vergleichbare Zeiträume. Bei der T -Regelung betrachten wir einen Halbzyklus vor und einen nach der Störung und bei der ΔT -Regelung den Halbzyklus, in dem die Störung stattfindet. Die Auswertung der Simulationsergebnisse liefert im ersten Fall 2294 W und im zweiten 2363 W. Das entspricht einer Steigerung von 3 %.

Ein deutlich größerer Unterschied zwischen den beiden Regelungen tritt auf, wenn man nicht nur einen einmaligen Sprung der Eintrittstemperatur, sondern eine dauerhafte Störung in Form einer Sinusschwingung der Eintrittstemperatur annimmt. Bei einer Frequenz von 0.05 Hz und einer Amplitude von 0.5 K stellte sich im periodisch stationären Zustand eine mittlere Kälteleistung von 1874 W bei der T -Regelung und 2110 W bei der ΔT -Regelung ein. Das entspricht einer Steigerung von 13 %.

Insgesamt erscheint die neue ΔT -Regelung also deutlich robuster gegenüber Störungen zu sein. Für den Fall maximaler Kälteleistungsanforderung können damit bessere Ergebnisse als mit bestehenden Regelungsmethoden erzielt werden.

9.5. Variable Rückkühltemperatur

Auch wenn für die letztendlich entworfene Regelung weder ein dynamisches Modell der Adsorptionskältemaschine noch ein Optimierungsalgorithmus benötigt wird, bietet die Kombination beider Elemente ein effizientes Werkzeug zur Analyse von Adsorptionskältemaschinen. Es können einerseits Auslegungsparameter optimiert werden, und andererseits kann die Betriebsführung des Prozesses analysiert werden. Als Beispiel für die Anwendung dieser Methode wird im Folgenden die Variation der Rückkühltemperatur untersucht.

Es ist weithin bekannt, dass Adsorptionskältemaschinen besonders sensibel auf die Rückkühltemperatur reagieren. Bei zu hohen Temperaturen bricht die erreichbare Kälteleistung deutlich ein. Daher werden Adsorptionskälteanlagen häufig mit *hybriden* Rückkühlern ausgerüstet. Das sind Wärmeübertrager, die bei Bedarf luftseitig mit Wasser berieselt oder besprüht werden können. Die Verdunstung des Wassers senkt das Temperaturniveau der Rückkühlung.

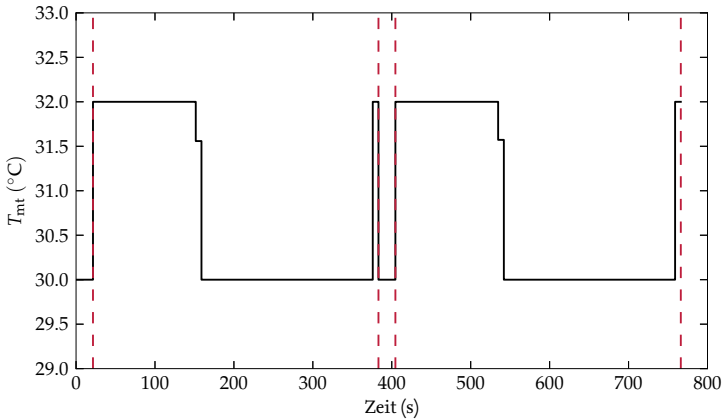


Abbildung 9.5.: Optimaler Verlauf der Rückkühltemperatur als kontinuierliche Stellgröße. Die Grenzen der Prozessabschnitte sind als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Mit solchen hybriden Rückkühlern bekommt das System einen zusätzlichen Freiheitsgrad. Schließlich kann frei entschieden werden, wann und wieviel Wasser zur Verdunstung am hybriden Rückkühler eingesetzt wird. Das in Kapitel 3 hergeleitete Systemmodell einer Adsorptionskältemaschine schließt die Rückkühlung nicht mit ein. Dennoch kann ein hybrider Rückkühler vereinfacht berücksichtigt werden. Wir nehmen an, dass mit der zusätzlichen Verdunstungskühlung das Temperaturniveau T_{mt} des Sekundärkreislaufs nicht länger konstant ist, sondern innerhalb fester Grenzen eingestellt werden kann. Wir erhalten somit eine kontinuierliche Stellgröße mit $30\text{ °C} \leq T_{mt}(t) \leq 32\text{ °C}$.

Die Optimierungsaufgabe ist nun, den periodisch stationären Prozessverlauf der Adsorptionskältemaschine zu finden, für den die mittlere Kälteleistung maximal ist. Freiheitsgrade der Optimierung sind die Länge der Prozessabschnitte und die kontinuierliche Stellgröße T_{mt} . Mathematisch ist diese Aufgabe mit dem OCP (6.17) beschrieben.

Als Ergebnis der Optimierung ist in Abbildung 9.5 der optimale Verlauf von T_{mt} dargestellt. Das Ergebnis ist zunächst unerwartet. Da die Rückkühltemperatur frei gewählt werden kann ohne durch zusätzliche Kosten in der Kostenfunktion berücksichtigt zu werden, wäre das intuitiv erwartete Ergebnis, dass T_{mt} über den kompletten Zyklus am unteren Grenzwert von 30 °C bleibt. Allerdings scheint die Kälteleistung größer zu sein, wenn T_{mt} in einem periodischen Verlauf zwischen oberer und unterer Grenze wechselt. Dass die Kälteleistung auch tatsächlich größer ist, zeigt Abbildung 9.6. Darin sind die optimalen Verläufe der mittleren Kälteleistungen über einen Zyklus dargestellt – sowohl für den Pro-

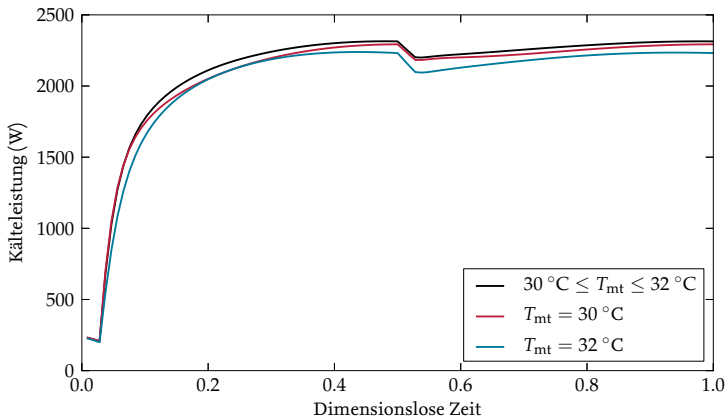


Abbildung 9.6.: Optimierungsergebnis: mittlere Kälteleistung über einen Zyklus bei zwei Varianten mit fester und einer Variante mit freier Rückkühltemperatur. Da sich unterschiedliche optimale Zykluslängen ergeben, ist der Verlauf über die relative Zykluszeit dargestellt.

zess mit variabler Rückkühltemperatur als auch für Prozesse mit an den beiden Grenzwerten fixierten Rückkühltemperaturen. Da sich bei allen drei Fällen unterschiedliche Längen der Prozessabschnitte einstellen, sind die Verläufe über einer dimensionslosen Zeit aufgetragen. Entscheidend für die Optimierung ist jeweils der Wert am Zyklusende. Der optimale freie Verlauf führt tatsächlich zu einer leicht höheren mittleren Kälteleistung als die Rückkühlung mit konstant 30 °C.

Die Erhöhung der Kälteleistung bei variabler Rückkühltemperatur ist durch folgende Überlegungen zu erklären. In Abbildung 9.5 sind innerhalb eines Halbzyklus zwei Bereiche zu erkennen, in denen T_{mt} am oberen Grenzwert liegt: ein längeres Intervall am Anfang und ein kürzeres Intervall am Ende der Sorptionsphase.

Die kurze Erhöhung der Rückkühltemperatur am Ende der Sorptionsphase hat den Effekt, dass die Temperatur des gekühlten Adsorbers bereits angehoben wird. Die anschließende isostere Phase, in der dieser Adsorber geheizt und der andere Adsorber gekühlt wird, kann dadurch etwas kürzer ausfallen. Die kürzere isostere Phase hat einen direkten positiven Einfluss auf die maximale mittlere Kälteleistung. Natürlich hat die Anhebung der Rückkühltemperatur auch einen negativen Effekt. Durch die verschlechterte Rückkühlung erhöhen sich die Temperaturen und Drücke im Kondensator und im gekühlten Adsorber. Das bedeutet sowohl der Desorptions- als auch Adsorptionsprozess werden verschlech-

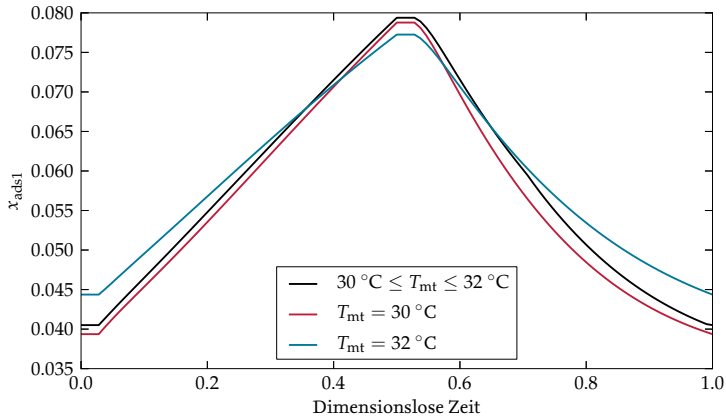


Abbildung 9.7.: Optimierungsergebnis: Adsorberbeladung über einen Zyklus bei zwei Varianten mit fester und einer Variante mit freier Rückkühltemperatur. Da sich unterschiedliche optimale Zykluslängen ergeben, ist der Verlauf über die relative Zykluszeit dargestellt.

tert. Durch diese gegenläufigen positiven und negativen Effekte entsteht das beobachtete Optimum.

Die längere Erhöhung der Rückkühltemperatur am Anfang der Sorptionsphase ist etwas schwieriger zu erklären. Die oben beschriebenen negativen Effekte gelten auch hier. Und auf den ersten Blick ist kein positiver Effekt auf die maximale mittlere Kälteleistung zu erkennen. Dass dieser dennoch vorhanden ist, kann mit Abbildung 9.7 gezeigt werden. Hier sind für alle drei Varianten die Verläufe der Adsorberbeladung über der dimensionslosen Zeit dargestellt. Wir schauen uns zunächst die Beladungsbreite an, also die Differenz zwischen maximaler und minimaler Beladung. Multipliziert mit der Masse an trockenen Adsorbens ergibt sie die in einem Zyklus umgesetzte Kältemittelmasse. In der Regel wirkt sich eine größere umgesetzte Kältemittelmasse positiv auf die Kälteleistung aus. Wie erwartet ist die Beladungsbreite bei der höheren Rückkühltemperatur von 32 °C deutlich geringer als bei 30 °C. Bei variabler Rückkühltemperatur ist sie hingegen nur unwesentlich kleiner als bei konstant 30 °C. Das bedeutet, trotz der im Durchschnitt höheren Rückkühltemperatur des variablen Prozesses verringert sich die Beladungsbreite kaum.

Die nächste wichtige Beobachtung aus Abbildung 9.7 ist, dass die schwarze Kurve immer oberhalb der roten Kurve verläuft. Das bedeutet, der Prozess mit variabler Rückkühltemperatur verläuft bei etwas höheren Beladungen als der mit konstant 30 °C. Allgemein gilt,

dass die Sorptionswärme, die beim Adsorbieren frei wird und beim Desorbieren vom Kältemittel aufgenommen wird, bei höheren Beladungen geringer ist. Das bedeutet, bei variabler Rückkühltemperatur muss weniger Sorptionswärme pro umgesetzter Kältemittelmasse übertragen werden. Und genau das ist der gesuchte positive Effekt auf die maximale mittlere Kälteleistung.

Die beschriebene geringere Sorptionswärme lässt sich auch quantitativ ausdrücken. Dazu definieren wir das Verhältnis der in einem Zyklus abgeführten Adsorptionswärme zur zugeführten Verdampfungswärme als dimensionsloses Vergleichsmaß. Numerisch ausgewertet erhalten wir dafür Werte von 1.1565 für den Prozess mit konstant 30 °C und 1.1553 für den Prozess mit variabler Rückkühltemperatur. Das entspricht einer Verringerung der dimensionslosen Adsorptionswärme um 0.1 %.

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Optimierungsergebnis zeigt, wie komplex die Bewertung verschiedener Prozessführungen von Adsorptionskältemaschinen ist. Schließlich handelt es sich nicht um den Vergleich stationärer Betriebspunkte, sondern um den Vergleich dynamischer Prozessverläufe. Die Dynamik, angeregt durch das ständige Umschalten, ist wesentlicher Teil des Adsorptionskälteprozesses. Die resultierende optimale Dauer der Prozessabschnitte und der optimale Stellgrößenverlauf sind von verschiedenen miteinander gekoppelten nichtlinearen Effekten abhängig. Die in dieser Arbeit entwickelte Kombination aus dynamischem Systemmodell und Optimierungsrechnung stellt ein effektives Werkzeug zur Verfügung, diese Zusammenhänge weiter zu untersuchen und zu verstehen.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Mit dem Ziel, die möglichst energieeffizienteste (energieoptimale) Betriebsweise zu erreichen, wurden für zwei unterschiedliche Kälteprozesse neue Regelungsmethoden entworfen und untersucht. Grundlage der Untersuchungen waren zwei prototypisch aufgebaute Anlagen: eine Kompressionskältemaschine mit dem Kältemittel R_{134a} sowie eine Zweibett-Adsorptionskältemaschine mit der Stoffpaarung Silikagel/Wasser. Für beide Anlagen wurde der komplette Prozess von der Modellerstellung, über den theoretischen Regelungsentwurf mittels Simulation und dynamischer Optimierung, bis hin zum Einsatz der entworfenen Regelungen an den realen Anlagen vollständig und detailliert beschrieben.

Die dynamischen Systemmodelle basieren auf physikalischen Grundprinzipien, wie thermodynamischen Stoffdaten oder Energie- und Massenerhaltung. Neben den neuartigen Regelungsmethoden für beide Prozesse ist ein wesentlicher Beitrag der Arbeit in der thermodynamisch konsistenten und vollständigen Herleitung dieser Modelle zu sehen. Ein weiterer Beitrag ist die Eignung der Systemmodelle zur Verwendung innerhalb lokaler ableitungsbasierter Optimierungsverfahren. Durch geeignete Modellformulierungen an verschiedenen Stellen wird die dafür notwendige Differenzierbarkeit aller Modellgleichungen erreicht.

Die dynamischen Systemmodelle wurden anhand von Messdaten parametrisiert. Zur numerischen Bestimmung energieoptimaler Stellgrößenverläufe wurden auf den Systemmodellen aufbauend entsprechende Optimalsteuerungsprobleme formuliert. Gelöst wurden diese Optimalsteuerungsprobleme mit spezialisierten Algorithmen des Softwarepakets MUSCOD-II. Dabei wurden die unendlich-dimensionalen Optimierungsprobleme nach dem Mehrzielverfahren diskretisiert und mit maßgeschneiderten Algorithmen der Sequentiellen Quadratischen Optimierung gelöst.

Auf der effizienten Lösung der Optimalsteuerungsprobleme aufbauend wurden für beide Kälteprozesse Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelungen (NMPC) entworfen und in Simulationsstudien – bei der Kompressionskälte auch in Experimenten an realen Anlage – untersucht. Nach dem Echtzeit Iterations Schema wurde jeweils pro Regelungszeitschritt nur eine Optimierungssiteration zur Bestimmung der Stellgrößen durchgeführt. Dabei wurden die geschätzten oder gemessenen Systemzustände so eingebunden, dass die Verzögerung zwischen Messung und Antwort des Reglers möglichst gering ist.

Um eine NMPC an der realen Kompressionskältemaschine einsetzen zu können, wurde ein Erweitertes Kalman-Filter als Zustandsbeobachter entworfen. Die Herausforderung dabei war die Nichtbeobachtbarkeit der Kältemittelmasse im Sammler. Mit einer Nebenbedingung im Zustandsbeobachter konnte dieses Problem gelöst werden. Dafür wurde die Tatsache herangezogen, dass die Kältemittelmasse im Gesamtkreislauf konstant ist. Letztendlich konnten alle 17 Zustände des Systemmodells nur durch Messung des Hoch- und Niederdrucks zuverlässig bestimmt werden. Der entwickelte Zustandsbeobachter könnte neben NMPC auch für andere modellbasierte Regelungsverfahren eingesetzt werden.

Die Stellgrößen der Kompressionskältemaschine sind die Drehzahl des Verdichters sowie die Öffnung des elektronischen Expansionsventils. Das Hauptziel aller entworfenen Regelungen war das Einhalten eines Sollwerts für die Austrittstemperatur des zu kühlenden Sekundärfluides. Vergleichende Simulationsexperimente haben gezeigt, dass dieses Hauptziel mit der Verdichterdrehzahl als Stellgröße und einem einfachen linearen Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) sehr gut eingehalten werden kann.

Anders sieht es bei der zweiten Stellgröße aus. Durch Messungen wurde gezeigt, dass es abhängig von den Randbedingungen eine energieoptimale stationäre Stellung des Expansionsventils gibt. Zwar haben Simulationsrechnungen gezeigt, dass diesen energieoptimalen stationären Betriebspunkten mit einem einfachen PI-Regler sehr nahe gekommen werden kann, wenn mit der Expansionsventilöffnung eine konstante Unterkühlung des Kältemittels am Kondensatoraustritt eingeregelt wird. Allerdings führt die vergleichsweise träge Dynamik der Unterkühlung zu sehr langen Ausregelzeiten bei Störgrößenänderungen. Die letztendlich an der echten Anlage verwendete Regelungsvariante bestand daher aus einem PI-Regler für das Einstellen der Solltemperatur über die Verdichterdrehzahl und einer NMPC, die mit der Expansionsventilöffnung die möglichst energieeffizientesten Betriebspunkte ansteuert. Die Auswertung der Messdaten hat gezeigt, dass die Abweichungen zwischen Modell und Realität zu stationären Betriebspunkten führen, die in ihrer Energieeffizienz um ungefähr 8 % von den realen Optima abweichen.

Der Vorteil der entworfenen NMPC gegenüber einer einfachen PI-Regelung liegt weniger in der Einstellung energieoptimaler stationärer Punkte, sondern vielmehr in der deutlich verbesserten Reaktion auf Störgrößenänderungen. Das bedeutet bei entsprechend dy-

namischen Randbedingungen wird der Kältekreislauf wesentlich kürzer in ineffizienten Zuständen betrieben. In Simulationsrechnungen einer automobilen Anwendung konnte dadurch die Effizienz der Kältemaschine über einen Fahrzyklus um 4,2 % gesteigert werden.

Die Idee der NMPC wurde auf den diskontinuierlichen Adsorptionskälteprozess übertragen. Dabei ist die Zyklusdauer die Stellgröße zur Maximierung der mittleren Kälteleistung. Motiviert durch Simulationsergebnisse des NMPC Regelkreises sowie offline Lösungen von Optimalsteuerungsproblemen wurde eine neue selbstoptimierende Regelung entworfen. Diese Regelung kommt ohne den Einsatz eines Systemmodells oder Optimierungsalgorithmus aus. Der Zyklus wird immer dann beendet, wenn die aktuelle Kälteleistung kleiner wird als die über den Zyklus gemittelte Kälteleistung. Die Optimalität der sich damit einstellenden zyklisch stationären Betriebspunkte wurde mathematisch bewiesen. Die Funktionsfähigkeit dieser Regelung konnte in Experimenten an der realen Anlage demonstriert werden. Gegenüber vergleichbaren bekannten Regelungskonzepten zeigten Simulationsstudien eine Steigerung der mittleren Kälteleistung von 13 % bei dynamischen Randbedingungen.

Interessante Ergebnisse der Optimierungsrechnung bei der Adsorptionskältemaschine entstanden durch die Definition eines zusätzlichen Freiheitsgrades. Die Rückkühltemperatur wurde innerhalb von 30 °C und 32 °C als variabel angenommen. Entgegen der intuitiven Erwartung wurde die maximale Kälteleistung nicht bei einer konstant minimalen Rückkühltemperatur erreicht, sondern bei einem transienten Verlauf zwischen den beiden Grenzen. Eine physikalische Erklärung dieses Ergebnisses konnte durch die Verlagerung des Prozesses zu höheren Adsorbensbeladungen gegeben werden. Durch die höhere Beladung nimmt die Adsorptionswärme relativ zur Verdampfungswärme ab.

Ausblick

Die Kombination von dynamischen Systemmodellen und spezialisierten Optimierungsalgorithmen zum effizienten Lösen von Optimalsteuerungsproblemen stellt eine vielversprechende Möglichkeit dar, die Energieeffizienz von Kälteanlagen zu verbessern. Zum einen können offline Optimierungen interessante Einblicke in die Dynamik von komplexen Kälteprozessen geben – wie beim Adsorptionskälteprozess mit variabler Rückkühltemperatur. Die Interpretation von einmalig berechneten optimalen Stellgrößen- und Zustandstrajektorien liefert häufig Ideen für eine effizientere Prozessführung. Zum anderen kann mit der wiederholten online Optimierung (NMPC) direkt eine energieoptimale Regelung generiert werden – wie bei der Kompressionskältemaschine.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Ergebnisse sind ein erster Schritt in Richtung dynamischer Optimierung von Kälteprozessen. Um diese Methoden weit verbreitet in Entwicklungsprozessen einzusetzen, sind sicherlich noch einige weiterführende Forschungsarbeiten notwendig. Im Folgenden werden einige mögliche Themen für zukünftige Arbeiten vorgestellt.

Modellaustausch

Ein wesentliches – wenn nicht sogar das wesentlichste – Hindernis zur breiten Verwendung dynamischer Optimierung ist sicherlich der hohe Aufwand bei der Modellerstellung. Mit der zunehmenden Verbreitung von objektorientierten und gleichungsbasierten Modellierungssprachen hat sich dieser Aufwand in den letzten Jahren deutlich verringert. Um die in Modellierungsumgebungen erstellten Systemmodelle mit spezialisierten Optimierungsalgorithmen zusammenzubringen, wären standardisierte Modellaustauschformate wünschenswert.

Mit dem Functional Mock-up Interface (FMI) wurde in den letzten Jahren zwar ein solches Format definiert, aber für die Verwendung in ableitungsbasierten Optimierungsalgorithmen eignet es sich nur bei gewöhnlichen expliziten Differentialgleichungssystemen. Da eventuell vorhandene implizite Gleichungen intern gelöst werden, führt dies nach außen zu geringen aber merkbaren Unstetigkeiten. Mit dem FMI Version 1.0 können daher Algebro-Differentialgleichungssysteme mit und ohne impliziten Unstetigkeiten zwar zur Simulation verwendet werden, aber nicht innerhalb von ableitungsbasierten Optimierungsalgorithmen eingesetzt werden.

Eine vielversprechende Möglichkeit, diese Einschränkung zu beseitigen, bietet das derzeit diskutierte Modellaustauschformat ModelicaXML. Die Idee dabei ist, ein offenes standardisiertes Format zu definieren, das nicht wie FMI auf dem Aufruf von Funktionen, sondern auf der symbolischen Beschreibung des Gleichungssystems basiert.

Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung von Kompressionskältemaschinen

Die in dieser Arbeit entwickelte NMPC einer Kompressionskältemaschine weist Energieeinsparpotenziale bei dynamischen Randbedingungen auf. Der Einsatz dieser Methode scheint sich bei Kälteanlagen großer Leistungsklassen mit häufig wechselnder Kälteanforderung zu lohnen. Durch die große Leistungsklasse sind die absoluten Einsparungen entsprechend groß und rechtfertigen den vergleichsweise hohen Aufwand beim Entwurf einer NMPC.

Ein deutlich größeres Einsparpotenzial auch bei nicht hochdynamischen Randbedingungen ist zu erwarten, falls in einer Kälteanlage weitere Stellgrößen verfügbar sind, und diese in die NMPC eingebunden werden. Insbesondere Lüfter und Pumpen von Sekundärkreisläufen bieten ein interessantes Optimierungspotenzial. Die Drehzahlen dieser Komponenten haben mehrere gegenläufige nichtlineare Effekte auf die Gesamtenergieeffizienz einer Anlage. Daher ist das resultierende Energieoptimum nicht einfach vorherzusagen und durch klassische Regelungskonzepte schwer zu erreichen. Die in dieser Arbeit entwickelte NMPC hingegen kann naturgemäß um zusätzliche Stellgrößen und Anlagenkomponenten erweitert werden. Damit kann das jeweilige Energieoptimum im Rahmen der Modellgüte zuverlässig und vor allem schnell erreicht werden.

Optimale Prozessführung von Adsorptionskältemaschinen

Der Adsorptionskälteprozess mit seiner inhärenten Dynamik bietet interessante Optimierungspotenziale bei der Prozessführung. Der entdeckte optimale Verlauf der Rückkühltemperatur zeigt, dass der Einsatz numerischer Optimierungsalgorithmen eine effiziente Möglichkeit bietet, verbesserte Prozessführungen zu entwickeln.

An die Ergebnisse anknüpfend könnten ähnliche Optimierungsprobleme mit weiteren Freiheitsgraden aufgestellt und gelöst werden. Vielversprechende Ansätze sind zum Beispiel die entkoppelte Betrachtung der Rückkühltemperaturen des Kondensators und der Adsorber oder die nicht zwingend gleichzeitige Beendigung der isosteren Abkühl- und Aufheizphasen.

Außerdem wäre ein Prüfstands Aufbau interessant, mit dem die theoretisch gewonnenen Ergebnisse eines optimalen dynamischen Verlaufs der Rückkühltemperatur experimentell nachgewiesen werden können. Die Hauptschwierigkeit hierbei wird sein, mit den Temperaturen der Sekundärkreisläufe möglichst genau die berechneten optimalen Trajektorien abzufahren.

A Wärmestromberechnung bei einphasigen Fluidströmungen

Für die Berechnung des Wärmestroms zwischen einer eindimensionalen Fluidströmung und einer angrenzenden Wand ist der Temperaturverlauf entlang der Strömungsrichtung \tilde{y} entscheidend. Generell gilt für den lokalen flächenspezifischen Wärmestrom

$$\dot{q}(\tilde{y}) = \alpha(\tilde{y}) [T_w(\tilde{y}) - T(\tilde{y})] . \quad (\text{A.1})$$

Bei der dynamische Systemsimulation wird in der Regel die örtliche Verteilung der verschiedenen Größen nicht direkt berücksichtigt. Vielmehr wird durch die Einführung von Bilanzvolumen mit örtlich konstanten oder gemittelten Größen eine örtliche Diskretisierung vorgenommen. Je nach Auflösung und Ordnung dieser Diskretisierung kann es zu erheblichen stationären Fehlern bei der Berechnung der Wärmeströme kommen. Trifft man einige Annahmen, kann der übertragene Wärmestrom durch die analytische Lösung einer Differentialgleichung bestimmt werden und dadurch der Fehler verringert werden. Der im Folgenden beschriebene Ansatz ist der weit verbreiteten logarithmischen Temperaturdifferenz sehr ähnlich und wurde auch von Tegethoff (1999) und Bockholt (2009) verwendet.

Die getroffenen Annahmen sind im Einzelnen

- Einphasige Strömung
- Quasistationäres Verhalten
- Örtlich konstante Stoffwerte – insbesondere ρ und c_p
- Örtlich konstanter Wärmeübergangskoeffizient α
- Örtlich konstante Wandtemperatur
- Kein Druckverlust
- Konstante längenspezifische Wärmeübertragungsfläche A'

Damit vereinfacht sich Gleichung (A.1) zu

$$\dot{q} = \alpha [T_w - T(\tilde{y})]. \quad (\text{A.2})$$

Für ein Volumenelement, das in Strömungsrichtung die infinitesimal kleine Abmessung $d\tilde{y}$ besitzt, lautet die stationäre Energiebilanz mit den oben aufgeführten Annahmen

$$0 = \dot{m}c_p [T(\tilde{y}) - T(\tilde{y} + d\tilde{y})] + \dot{q}A'd\tilde{y}. \quad (\text{A.3})$$

Mit einer nach dem zweiten Term abgebrochenen Taylor-Entwicklung für den Ausdruck $T(\tilde{y} + d\tilde{y})$ und Gleichung (A.2) folgt

$$0 = -\dot{m}c_p \frac{\partial T}{\partial \tilde{y}} d\tilde{y} + \alpha [T_w - T(\tilde{y})] A' d\tilde{y}. \quad (\text{A.4})$$

Nach Division durch $d\tilde{y}$ bleibt eine gewöhnliche Differentialgleichung übrig, deren Lösung für $T(0) = T_{\text{ein}}$ gegeben ist durch

$$T(\tilde{y}) = (T_{\text{ein}} - T_w) e^{-\frac{\alpha A'}{\dot{m}c_p} \tilde{y}} + T_w. \quad (\text{A.5})$$

Der über die gesamte Länge L übertragene Wärmestrom \dot{Q} lässt sich durch eine Energiebilanz für das betrachtete Bilanzvolumen berechnen

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p [T(L) - T(0)]. \quad (\text{A.6})$$

Mit Gleichung (A.5) und der gesamten Wärmeübertragungsfläche $A = LA'$ ergibt sich

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p \left(1 - e^{-\frac{\alpha A}{\dot{m}c_p}} \right) (T_w - T_{\text{ein}}). \quad (\text{A.7})$$

Mit der Definition eines scheinbaren Wärmeübergangskoeffizient nach

$$\bar{\alpha} := \frac{\dot{m}c_p}{A} \left(1 - e^{-\frac{\alpha A}{\dot{m}c_p}} \right) \quad (\text{A.8})$$

folgt schließlich der Wärmestrom in Abhängigkeit der Eintrittstemperaturdifferenz

$$\dot{Q} = \bar{\alpha} A (T_w - T_{\text{ein}}). \quad (\text{A.9})$$

B Approximation der Wurzelfunktion

Die Wurzelfunktion $f(x) := \sqrt{x}$ ist für die Verwendung in Modellen, die in numerischen Verfahren zur Simulation und Optimierung eingebunden werden, problematisch. Zum einen ist die Wurzelfunktion im reellen Zahlenraum nicht für $x < 0$ definiert, zum anderen ist die Steigung bei $x = 0$ unendlich. Beides kann bei iterativen Verfahren zu Problemen führen, falls die Wurzelfunktion in der Nähe von $x = 0$ ausgewertet wird.

Daher wird die allgemeine Wurzelfunktion $f(x)$ durch eine Näherungsfunktion $\varsigma(x)$ ersetzt. Für negative x-Werte wird die am Ursprung gespiegelte Wurzelfunktion $-\sqrt{-x}$ verwendet. Wobei der Bereich Δx um den Ursprung durch ein Polynom 5. Grades ersetzt wird. Die Koeffizienten des Polynoms werden so gewählt, dass die Übergänge zweifach stetig differenzierbar sind. Es gilt

$$\varsigma(x) := \begin{cases} \sqrt{x} & \text{falls } x > \Delta x \\ -\sqrt{-x} & \text{falls } x < -\Delta x \\ ax^5 + bx^3 + cx & \text{sonst} \end{cases} . \quad (\text{B.1})$$

Und mit der Forderung nach zweifach stetiger Differenzierbarkeit folgt

$$a = \frac{5}{32 \Delta x^{9/2}}, \quad b = -\frac{9}{16 \Delta x^{5/2}}, \quad c = \frac{45}{32 \Delta x^{1/2}} . \quad (\text{B.2})$$

C Jacobi-Matrix des expliziten Euler-Verfahrens

Eine Näherungslösung des *Anfangswertproblem*

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (\text{C.1a})$$

$$x(0) = x_0, \quad (\text{C.1b})$$

lässt sich mit dem expliziten Euler-Verfahren berechnen. Dabei werden die Trajektorien der differentiellen Zustände x mit einer festen Schrittweite Δt über der Zeit diskretisiert. Wir nehmen an, dass in jedem Euler Intervall k die Steuerungen u konstant sind. Damit folgt die explizite Euler Integrationsvorschrift

$$x_{k+1} = x_k + f(x_k, u_k) =: I_k(x_k, u_k). \quad (\text{C.2})$$

Neben der Lösung des Anfangswertproblem ist die *Sensitivität* der Lösung gegenüber ihrem Anfangswert von Interesse. Wir betrachten die Jacobi-Matrix

$$A_k := \frac{\partial x_k}{\partial x_{k-n}} \quad (\text{C.3})$$

des Euler Verfahrens über n Schritte. Gleichung (C.2) für n Schritte angewandt ergibt

$$x_k = I_{k-1}(I_{k-2}(\dots I_{k-n}(x_{k-n}, u_{k-n}) \dots, u_{k-2}), u_{k-1}). \quad (\text{C.4})$$

Setzt man Gleichung (C.4) in Gleichung (C.3) ein folgt mit der Kettenregel der Differentialrechnung

$$A_k = \prod_{i=k-n}^{k-1} \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{x}}. \quad (\text{C.5})$$

Dabei gilt für die Jacobi-Matrix eines einzelnen Euler-Schritts

$$\frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{x}} = E + \Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_i}}. \quad (\text{C.6})$$

Aus Gleichung (C.5) folgt schließlich die rekursive Auswertungsvorschrift

$$A_k = \frac{\partial I_k}{\partial \mathbf{x}} A_{k-1}. \quad (\text{C.7})$$

Interessant ist, dass man zu dem identischen Ergebnis kommt, wenn man von den zum Anfangswertproblem (C.1) gehörigen *Sensitivitätsgleichungen* bezüglich der Anfangswerte \mathbf{x}_0 ausgeht. Mit der Sensitivitätsmatrix $S(t) := \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}_0}(t)$ folgt aus Gleichung (C.1a)

$$\frac{dS}{dt}(t) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} S(t), \quad (\text{C.8a})$$

und aus Gleichung (C.1b)

$$S(0) = E. \quad (\text{C.8b})$$

Die Integration des Anfangswertproblem (C.8) mit dem Euler-Verfahren bei identischer Schrittweite Δt und Schrittzahl n führt wiederum zu Gleichung (C.5).

D Nomenklatur

Lateinische Symbole

a	Koeffizient	h^+	Überhitzungsenthalpie
A	Fläche	h^-	Unterkühlungsenthalpie
\mathbf{A}	Systemmatrix	I	elektrische Stromstärke
A_q	Querschnittsfläche	k	Kostenfunktion
A'	längenspezifische Wärmeübertragungsfläche	k	Wärmedurchgangskoeffizient
b	Exponent	k	Prozessabschnitt, Stufe
\mathbf{B}	Eingangsmatrix	\bar{k}	scheinbarer Wärmedurchgangskoeffizient
c	spezifische Wärmekapazität	\mathbf{K}	Kalman Verstärkung
c_p	spezifische isobare Wärmekapazität	L	Gesamtlänge
c_v	spezifische isochore Wärmekapazität	\mathbf{L}	untere Dreiecksmatrix
c	Nebenbedingungen	m	Masse
C	Wärmekapazität	m	Modus
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix	m	Beobachtbarkeitsmaß
\mathbf{d}	Störgrößenvektor	\dot{m}	Massenstrom
e	Eulersche Zahl	n	Drehzahl
E	spezifisches Adsorptionspotenzial	p	Druck
E_y	Energie des Ausgangssignals	P	Leistung
\mathbf{E}	Einheitsmatrix	\mathbf{P}	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
f	spezifische freie Energie	q	Varianz der Modellfehler
f	explizite Differentialgleichungsfunktion	\dot{q}	flächenspezifischer Wärmestrom
g	spezifische freie Gibbs Enthalpie	\mathbf{q}	Vektor der Stellgrößenparameter
g	implizite algebraische Funktion	\mathbf{Q}	Kovarianzmatrix der Modellfehler
h	spezifische Enthalpie	\dot{Q}	Wärmestrom
\mathbf{h}	Vektor der Stufenlängen	r	Radius
h	nichtlineare Ausgangsfunktion	\mathbf{r}	Gekoppelte Punktbedingungen
H	Enthalpie	R	elektrischer Widerstand
		R	spezifische Gaskonstante

R	Kovarianzmatrix der Messfehler	w	Modellfehlervektor
s	spezifische Entropie	W	spezifisches Adsorbatvolumen
s	Vektor der Zustände an den Mehrzielknoten	W	Gram'sche Beobachtbarkeitsmatrix
t	Zeit	x	Dampfmassegehalt
t_f	Endzeitpunkt	x	Adsorbensbeladung
\tilde{t}	Zeitpunkte zwischen Stufen	x	Vektor differentieller Zustände
T	Temperatur	x_0	Anfangswert des Zustandsvektors
u	spezifische innere Energie	\hat{x}	geschätzter Zustandsvektor
u	Vektor kontinuierlicher Steuerungen	y	Zonenlänge
U	innere Energie	y	Vektor der Ausgangsgrößen
U	elektrische Spannung	\tilde{y}	Ortskoordinate in Strömungsrichtung
v	spezifisches Volumen	\hat{y}	geschätzte Ausgangsgrößen
v	Messfehlervektor	z	Zustandsgröße
V	Volumen	\tilde{z}	genäherte Zustandsgröße
V_{hub}	Hubvolumen	z	Vektor algebraischer Zustände
w	Geschwindigkeit		

Griechische Symbole

α	Wärmeübergangskoeffizient	θ	Sättigungsdichtenverhältnis
$\bar{\alpha}$	scheinbarer Wärmeübergangskoeffizient	ρ	Dichte
Δ	Differenz	σ	Oberflächenspannung
ϵ	Kälteleistungszahl	ς	Regularisierte Wurzelfunktion
ε	volumetrischer Dampfgehalt	τ	Zeitkonstante
ε'	lokaler volumetrischer Dampfgehalt	τ	Zyklusdauer
Φ	Kostenfunktion	τ^*	optimale Zyklusdauer
κ	Isentropenexponent	ω	dimensionslose Geschwindigkeit
μ	Chemisches Potenzial	ξ	Vektor freier Optimierungsvariablen
μ	Vektor diskreter Steuerungen	Ψ	Ausflussfunktion
π	Kreiszahl		

Hochgestellte Indizes

—	a priori	sen	sensibel
ad	Adsorbat	s	gesättigt
f	fest	og	obere Grenze
g	gesättigter Dampf	ug	untere Grenze
l	gesättigte Flüssigkeit		
lat	latent		

Tiefgestellte Indizes

12	zwischen Zone 1 und 2	kond	Kondensator
23	zwischen Zone 2 und 3	komp	Verdichter
2ph	zweiphasige Zone	l	Leckage
ads	Adsorber	m	Motor
akm	Adsorptionskältemaschine	mt	Mitteltemperatur
aus	Austritt	nt	Niedertemperatur
eff	effektiv	r	Kondensatrückfluss
exv	Expansionsventil	ref	Referenz
ein	Eintritt	R	Reibung
el	elektrisch	sa	saugseitig
h	überhitzte Zone	sf	Sekundärfluid
ht	Hochtemperatur	verd	Verdampfer
is	isentrop	w	Wand
k	unterkühlte Zone		
kkm	Kompressionskältemaschine		

E Abbildungsverzeichnis

2.1.	Systemskizze der modellierten Kompressionskältemaschine.	15
2.2.	Allgemeines Kontrollvolumen für das Kältemittel.	16
2.3.	Überhitzte, zweiphasige und unterkühlte Zone der Moving Boundary Modellierung des Kondensators.	18
2.4.	Kontrollvolumen und Wärmeströme des Kondensatormodells.	24
2.5.	Prinzipskizze des Verdichtermodells mit Energie- und Massenströmen. . .	31
2.6.	Elektrisches Ersatzschaltbild des Verdichtermotors.	33
2.7.	<i>ph</i> -Zustandsdiagramm des Kältemittels R134a mit schematischer Darstellung des Interpolationsgitters.	35
3.1.	Systemskizze der modellierten Adsorptionskältemaschine.	39
3.2.	Skizze des Kondensatormodells.	41
3.3.	Skizze des Verdampfermodells.	41
3.4.	Skizze des Adsorbermodells.	47
3.5.	Skizze des Ventilmodells.	52
3.6.	Massenstrom über Druckverhältnis für zwei Modellierungsansätze der Kältemittelventile.	53
4.1.	Schema der prototypischen Kompressionskältemaschine und des zugehörigen Versuchsstands.	58
4.2.	Messergebnisse: Variation der Expansionsventilöffnung.	61
4.3.	Lineare Approximation der effektiven Querschnittsfläche des Expansionsventils in Abhängigkeit des Spannungssignals.	64
4.4.	Simulations- und Messergebnisse für die elektrische Leistung des Verdichters.	65
4.5.	Simulations- und Messergebnisse für die Kältemitteldrücke.	66
4.6.	Simulations- und Messergebnisse für die Temperaturen der Sekundärfluide.	67
5.1.	Schema der prototypischen Adsorptionskältemaschine inklusive des zugehörigen Versuchsstands.	70

5.2.	Aus Messdaten berechnete durchschnittliche Kälteleistung bei veränderter Sorptionsdauer und Rückkühltemperatur.	74
5.3.	Skizze des verwendeten Verdampfers.	75
5.4.	Aus Messdaten bestimmter Wärmedurchgangskoeffizient des Verdampfers über dem zugehörigen Wärmestrom.	76
5.5.	Scheinbarer Wärmeübergangskoeffizient des Kältemittels im Verdampfer in Abhängigkeit der scheinbaren Geschwindigkeit des flüssigen verdampfenden Kältemittels.	78
5.6.	Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Verdampfer.	80
5.7.	Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Kondensator.	81
5.8.	Vergleich von Simulationsergebnissen und Messdaten für den Adsorber 1.	82
6.1.	Diskretisierung des Mehrzielverfahrens.	91
7.1.	Beobachtbarkeitsmaße der Zustände des Kompressionskälte Systemmodells.	107
7.2.	Gemessene und geschätzte Drücke bei unterschiedlich angenommenen Modellfehlern.	115
7.3.	Gemessene und geschätzte Temperaturen der Sekundärfluide bei unterschiedlich angenommenen Modellfehlern.	117
8.1.	Struktur der linearen Regelung.	122
8.2.	Simulierte Sprungantwort zweier potenzieller Regelgrößen auf Öffnung des Expansionsventils.	123
8.3.	Struktur der NMPC für beide Stellgrößen.	125
8.4.	Simulationsergebnisse für den PI und NMPC Regelkreis.	127
8.5.	Simulierte Stellgrößenverläufe des PI und NMPC Regelkreises.	128
8.6.	Struktur der NMPC mit parallelem PI-Regler.	129
8.7.	Simulierte Stellgrößenverläufe der vollständigen und reduzierten NMPC.	130
8.8.	Simulationsergebnisse für den vollständigen und reduzierten NMPC Regelkreis.	131
8.9.	Simulationsergebnis für reduzierten NMPC Regelkreis. Ein zu kleiner Zeithorizont von 50 s führt zu Dauerschwingungen der Stellgröße Expansionsventilöffnung.	133
8.10.	Simulationsergebnisse für eine mobile Anwendung der NMPC.	134
8.11.	Kumulierte Kälteleistungszahl	135
8.12.	Simulationsergebnisse für eine mobile Anwendung der NMPC.	136
8.13.	Nicht maßstabgetreue Prinzipskizze der Synchronisation des NMPC Regelkreises.	137

8.14.	Messergebnisse des NMPC PI Regelkreises. Verlauf der Temperaturen des Sekundärfluides am Verdampfer.	138
8.15.	Messergebnisse des NMPC PI Regelkreises.	139
8.16.	Messergebnisse des NMPC PI Regelkreises. Verlauf der Leistungsaufnahme des Verdichters.	140
8.17.	Einordnung der gemessenen stationären Betriebspunkte des NMPC. . . .	141
9.1.	Simulationsergebnisse für den geschlossenen NMPC Regelkreis. Sorptionsdauer im zyklisch stationären Zustand bei variierter Anzahl an Prozessabschnitten innerhalb des Horizonts.	145
9.2.	Gemessener Verlauf des Mitteltemperaturniveaus.	149
9.3.	Gemessener Verlauf der aktuellen und gemittelten Kälteleistung.	150
9.4.	Simulierte durchschnittliche Kälteleistung für zwei Regelungsvarianten. .	152
9.5.	Optimaler Verlauf der Rückkühltemperatur als kontinuierliche Stellgröße. .	154
9.6.	Optimierungsergebnis: mittlere Kälteleistung über einen Zyklus.	155
9.7.	Optimierungsergebnis: Adsorberbeladung über einen Zyklus.	156

F Tabellenverzeichnis

4.1. Parameterwerte des Modells einer Kompressionskältemaschine.	68
5.1. Parameterwerte des Modells einer Adsorptionskältemaschine.	84
6.1. Betriebsmodi der Adsorptionskältemaschine.	95
7.1. Beobachtbarkeitsmaße der Zustände des Kompressionskälte Systemmodells.	108
8.1. Parameter der beiden PI-Regler.	124
9.1. Auswertung der Messung mit selbstoptimierender Regelung.	151

G Literaturverzeichnis

- [Adamy 2009] ADAMY, Jürgen: *Nichtlineare Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2009. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00794-1>
- [Alam u. a. 2003] ALAM, K.C.A. ; KANG, Y.T. ; SAHA, Bidyut B. ; AKISAWA, A. ; KASHIWAGI, T.: A novel approach to determine optimum switching frequency of a conventional adsorption chiller. In: *Energy* 28 (2003), Nr. 10, S. 1021–1037. [http://dx.doi.org/10.1016/S0360-5442\(03\)00064-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0360-5442(03)00064-1)
- [Alam u. a. 2000] ALAM, K.C.A. ; SAHA, Bidyut B. ; KANG, Y.T.: Heat exchanger design effect on the system performance of silica gel adsorption refrigeration systems. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000), Nr. 24, S. 4419–4431. [http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00072-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00072-7)
- [Albersmeyer u. Diehl 2010] ALBERSMEYER, J. ; DIEHL, M.: The Lifted Newton Method and its Application in Optimization. In: *SIAM Journal on Optimization* 20 (2010), Nr. 3, S. 1655–1684
- [Albersmeyer 2010] ALBERSMEYER, Jan: *Adjoint based algorithms and numerical methods for sensitivity generation and optimization of large scale dynamic systems*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Dissertation, 2010
- [André 2004] ANDRÉ, Michel: Real-world driving cycles for measuring cars pollutant emissions – Part A: The ARTEMIS European driving cycles / Institut national de recherche sur les transports et leur sécurité. 2004. – Forschungsbericht
- [Baehr 1998] BAEHR, Hans D.: Thermodynamische Fundamentalgleichungen und charakteristische Funktionen. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 64 (1998), Nr. 1-2, S. 35–43. <http://dx.doi.org/10.1007/PL00010764>
- [Baehr u. Stephan 2006] BAEHR, Hans D. ; STEPHAN, Karl: *Wärme- und Stoffübertragung*. 5. Auflage. Springer Berlin Heidelberg, 2006. – ISBN 3540323341
- [Bauer 1999] BAUER, Irene: *Numerische Verfahren zur Lösung von Anfangswertaufgaben und zur Generierung von ersten und zweiten Ableitungen mit Anwendungen bei Optimierungsaufgaben*

- in *Chemie und Verfahrenstechnik*, Universität Heidelberg, Dissertation, 1999. <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/1513>
- [Beck u. Wedekind 1981] BECK, B. T. ; WEDEKIND, G. L.: A Generalization of the System Mean Void Fraction Model for Transient Two-Phase Evaporating Flows. In: *Journal of Heat Transfer* 103 (1981), Nr. 1, S. 81. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3244436>
- [Bejan 1997] BEJAN, Adrian: *Advanced Engineering Thermodynamics*. 2. Auflage. Wiley-Interscience, 1997. – ISBN 0471148806
- [Bendapudi u.a. 2008] BENDAPUDI, Satyam ; BRAUN, James E. ; GROLL, Eckhard A.: A comparison of moving-boundary and finite-volume formulations for transients in centrifugal chillers. In: *International Journal of Refrigeration* 31 (2008), Nr. 8, S. 1437–1452. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2008.03.006>
- [Benninger 1987] BENNINGER, Nikolaus F.: *Analyse und Synthese linearer Systeme mit Hilfe neuer Strukturmasse*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1987
- [Betts 2001] BETTS, John T.: *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001
- [Biegler 2007] BIEGLER, L.: An overview of simultaneous strategies for dynamic optimization. In: *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 46 (2007), Nr. 11, S. 1043–1053
- [Bock u. Plitt 1984] BOCK, H. G. ; PLITT, K. J.: A Multiple Shooting algorithm for direct solution of optimal control problems. In: *9th IFAC World Congress*. Budapest, 1984
- [Bock 1987] BOCK, H.G.: *Bonner Mathematische Schriften*. Bd. 183: *Randwertproblemmethoden zur Parameteridentifizierung in Systemen nichtlinearer Differentialgleichungen*. Universität Bonn, 1987
- [Bockholt 2009] BOCKHOLT, Marcos: *Dynamische Optimierung von mobilen CO₂-Klimaanlagen mit innovativen Komponenten*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 2009
- [Bockholt u. Tegethoff 2008] BOCKHOLT, Marcos ; TEGETHOFF, Wilhelm: Transient Modelling of a Controllable Low Pressure Accumulator in CO₂ Refrigeration Cycles. In: *6th International Modelica Conference*. Bielefeld, 2008. <https://modelica.org/events/modelica2008/Proceedings/sessions/session4b2.pdf>
- [Bryson u. Ho 1979] BRYSON, Arthur E. ; Ho, Yu-Chi: *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*. John Wiley & Sons Inc, 1979

- [Büttner u. Mittelbach 2011] Schutzrecht EP2108099B1 (2011). BÜTTNER, Thomas ; MITTELBACH, Walter (Erfinder); SorTech AG (Anmelder).
- [Casella u. Leva 2006] CASELLA, Francesco ; LEVA, Alberto: Modelling of thermo-hydraulic power generation processes using Modelica. In: *Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems* 12 (2006), Nr. 1, S. 19–33. <http://dx.doi.org/10.1080/13873950500071082>
- [Casella u. a. 2006] CASELLA, Francesco ; OTTER, Martin ; PROELSS, Katrin ; RICHTER, Christoph ; TUMMESCHEIT, Hubertus ; MILANO, Politecnico: The Modelica Fluid and Media library for modeling of incompressible and compressible thermo-fluid pipe networks. In: *5th International Modelica Conference*. Wien, 2006
- [Cecchinato u. Mancini 2012] CECCHINATO, Luca ; MANCINI, Ferdinando: An intrinsically mass conservative switched evaporator model adopting the moving-boundary method. In: *International Journal of Refrigeration* 35 (2012), Nr. 2, S. 349–364. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.10.007>
- [Chang u. a. 2007] CHANG, W.-S. ; WANG, C.-C. ; SHIEH, C.-C.: Experimental study of a solid adsorption cooling system using flat-tube heat exchangers as adsorption bed. In: *Applied Thermal Engineering* 27 (2007), Nr. 13, S. 2195–2199. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2005.07.022>
- [Chen u. a. 2010] CHEN, C.J. ; WANG, R.Z. ; XIA, Z.Z. ; KIPLAGAT, J.K. ; LU, Z.S.: Study on a compact silica gel-water adsorption chiller without vacuum valves: Design and experimental study. In: *Applied Energy* 87 (2010), Nr. 8, S. 2673–2681. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2010.03.022>
- [Chua u. a. 1999] CHUA, H.T. ; NG, K.C. ; MALEK, A. ; KASHIWAGI, T. ; AKISAWA, A. ; SAHA, Bidyut B.: Modeling the performance of two-bed, silica gel-water adsorption chillers. In: *International Journal of Refrigeration* 22 (1999), Nr. 3, S. 194–204. [http://dx.doi.org/10.1016/S0140-7007\(98\)00063-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0140-7007(98)00063-2)
- [Chua u. a. 2004] CHUA, H.T. ; NG, K.C. ; WANG, W. ; YAP, C. ; WANG, X.L.: Transient modeling of a two-bed silica gel-water adsorption chiller. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), Nr. 4, S. 659–669. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.08.010>
- [Diehl 2012] DIEHL, Moritz: Script for Numerical Optimization Course / KU Leuven. 2012. – Vorlesungsskript

- [Diehl u. a. 2002] DIEHL, Moritz ; BOCK, H. G. ; SCHLÖDER, J. P. ; FINDEISEN, R. ; NAGY, Z. ; ALLGÖWER, F.: Real-time optimization and Nonlinear Model Predictive Control of Processes governed by differential-algebraic equations. In: *Journal of Process Control* 12 (2002), Nr. 4, S. 577–585
- [Diehl u. a. 2009] DIEHL, Moritz ; FERREAU, Hans J. ; HAVERBEKE, Niels: Efficient Numerical Methods for Nonlinear MPC and Moving Horizon Estimation. Version: 2009. In: MAGNI, Lalo (Hrsg.) ; RAIMONDO, Davide M. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, Frank (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 391–417
- [Diehl u. a. 2001] DIEHL, Moritz ; LEINWEBER, D. B. ; SCHÄFER, A. A. S.: MUSCOD-II Users' Manual / Universität Heidelberg. 2001 (2001-25). – IWR-Preprint
- [Dubinin 1967] DUBININ, M.: Adsorption in micropores. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 23 (1967), Nr. 4, S. 487–499. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9797\(67\)90195-6](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9797(67)90195-6)
- [Duprez u. a. 2007] DUPREZ, Marie-Eve ; DUMONT, Eric ; FRÈRE, Marc: Modelling of reciprocating and scroll compressors. In: *International Journal of Refrigeration* 30 (2007), Nr. 5, S. 873–886. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2006.11.014>
- [Eldredge u. a. 2008] ELDREDGE, Brian D. ; RASMUSSEN, Bryan P. ; ALLEYNE, Andrew G.: Moving-Boundary Heat Exchanger Models With Variable Outlet Phase. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 130 (2008), Nr. 6, S. 061003. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2977466>
- [Elliott u. Rasmussen 2008] ELLIOTT, Matthew S. ; RASMUSSEN, Bryan P.: Model-based predictive control of a multi-evaporator vapor compression cooling cycle. In: *American Control Conference*. Seattle, 2008. <http://dx.doi.org/10.1109/ACC.2008.4586698>
- [Elmqvist u. a. 2003] ELMQVIST, Hilding ; TUMMESCHEIT, Hubertus ; OTTER, Martin: Object-Oriented Modeling of Thermo-Fluid Systems. In: *3rd International Modelica Conference*. Linköping, 2003
- [Franke u. a. 2009] FRANKE, Rüdiger ; CASELLA, Francesco ; SIELEMANN, Michael ; PROELSS, Katrin ; OTTER, Martin: Standardization of Thermo-Fluid Modeling in Modelica.Fluid. In: *7th International Modelica Conference*. Como, 2009. <http://dx.doi.org/10.3384/ecp09430077>
- [Geering 2003] GEERING, Hans P.: *Regelungstechnik: Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele*. 6. Auflage. Springer Berlin Heidelberg, 2003. – ISBN 3540405070
- [Gibbs 1873] GIBBS, Josiah W.: Graphical Methods in the Thermodynamics of Fluids. In: *Transactions of the Connecticut Academy* 2 (1873)

- [Gnielinski 1975] GNIELINSKI, Volker: Neue Gleichung für den Wärme- und Stoffübergang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen. In: *Forschung im Ingenieurwesen A* 41 (1975), Nr. 1, S. 8–16. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02559682>
- [Gräber u. a. 2011] GRÄBER, Manuel ; KIRCHES, Christian ; BOCK, Hans G. ; SCHLÖDER, Johannes P. ; TEGETHOFF, Wilhelm ; KÖHLER, Jürgen: Determining the optimum cyclic operation of adsorption chillers by a direct method for periodic optimal control. In: *International Journal of Refrigeration* 34 (2011), Nr. 4, S. 902–913. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2010.12.021>
- [Gräber u. a. 2012] GRÄBER, Manuel ; KIRCHES, Christian ; SCHARFF, Dirk ; TEGETHOFF, Wilhelm: Using Functional Mock-up Units for Nonlinear Model Predictive Control. In: *9th International Modelica Conference*. München, 2012. <http://dx.doi.org/10.3384/ecp12076781>
- [Gräber u. a. 2010] GRÄBER, Manuel ; KOSOWSKI, Kai ; RICHTER, Christoph ; TEGETHOFF, Wilhelm: Modelling of heat pumps with an object-oriented model library for thermodynamic systems. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 16 (2010), Nr. 3, 195–209. <http://dx.doi.org/10.1080/13873954.2010.506799>
- [He u. a. 1998] HE, Xiang-Dong ; LIU, Sheng ; ASADA, Harry ; ITOH, Hiroyuki: Multivariable Control of Vapor Compression Systems. In: *HVAC&R Research* 4 (1998), Juli, Nr. 3, S. 205–230. <http://dx.doi.org/10.1080/10789669.1998.10391401>
- [Jensen u. Tummescheit 2002] JENSEN, J.M. ; TUMMESCHEIT, Hubertus: Moving boundary models for dynamic simulations of two-phase flows. In: *2nd International Modelica Conference*. Oberpfaffenhofen, 2002
- [Jensen u. Skogestad 2007a] JENSEN, Jrgen B. ; SKOGESTAD, Sigurd: Optimal operation of simple refrigeration cycles Part I: Degrees of freedom and optimality of sub-cooling. In: *Computers & Chemical Engineering* 31 (2007), Nr. 5-6, S. 712–721. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2006.12.003>
- [Jensen u. Skogestad 2007b] JENSEN, Jrgen B. ; SKOGESTAD, Sigurd: Optimal operation of simple refrigeration cycles Part II: Selection of controlled variables. In: *Computers & Chemical Engineering* 31 (2007), Nr. 12, S. 1590–1601. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2007.01.008>
- [Kailath 1980] KAILATH, Thomas: *Linear Systems*. Prentice-Hall, Inc., 1980. – ISBN 0135369614
- [Kalman 1960] KALMAN, Rudolf E.: A new approach to linear filtering and prediction problems. In: *Transaction of the ASME–Journal of Basic Engineering* 82 (1960), S. 35–45

- [Kirches 2011] KIRCHES, Christian: *Fast Numerical Methods for Mixed-Integer Nonlinear Model-Predictive Control*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-8202-8>
- [Kubota u. a. 2008] KUBOTA, M ; UEDA, T ; FUJISAWA, R ; KOBAYASHI, J ; WATANABE, F ; KOBAYASHI, N ; HASATANI, M: Cooling output performance of a prototype adsorption heat pump with fin-type silica gel tube module. In: *Applied Thermal Engineering* 28 (2008), Nr. 2-3, S. 87–93. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2007.04.014>
- [Kunick u. a. 2008] KUNICK, Matthias ; KRETZSCHMAR, H.J. ; GAMPE, U.: Fast Calculation of Thermodynamic Properties of Water and Steam in Process Modelling using Spline Interpolation. In: *15th International Conference on the Properties of Water and Steam*, 2008
- [Lanzerath u. a. 2011] LANZERATH, FRANZ ; TEBRÜGGE, Gerit ; KALAWRYTINOS, Stephan ; BARDOW, André: Thermisch-beschichtete Wärmeübertrager zur Verdampfung von Wasser bei niedrigen Drücken. In: *Deutsche Kälte-Klima Tagung*. Aachen, 2011
- [Larsen u. a. 2003] LARSEN, Lars S. ; THYBO, Claus ; STOUSTRUP, Jakob ; RASMUSSEN, Henrik: Control methods utilizing energy optimizing schemes in refrigeration systems. In: *7th European Control Conference*. Cambridge, 2003
- [Leducq u. a. 2006] LEDUCQ, D. ; GUILPART, J. ; TRYSTRAM, G.: Non-linear predictive control of a vapour compression cycle. In: *International Journal of Refrigeration* 29 (2006), Nr. 5, S. 761–772. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.12.005>
- [Leineweber u. a. 2003] LEINEWEBER, D B. ; BAUER, I. ; SCHÄFER, A A S. ; BOCK, H G. ; SCHLÖDER, J P.: An Efficient Multiple Shooting Based Reduced SQP Strategy for Large-Scale Dynamic Process Optimization (Parts I and II). In: *Computers and Chemical Engineering* 27 (2003), S. 157–174
- [Lemke 2013] LEMKE, Julia: *Energetische Bewertung von Pkw-Klimaanlagensystemen mit Sekundärkreisläufen*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 2013
- [Lemke 2004] LEMKE, Nicholas: *Untersuchung zweistufiger Flüssigkeitskühler mit dem Kältemittel CO₂*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 2004
- [Lemmon u. a. 2010] LEMMON, E. W. ; HUBER, M. L. ; MCLINDEN, M. O.: *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP*. Gaithersburg, 2010
- [Li u. Alleyne 2010] LI, Bin ; ALLEYNE, Andrew G.: A dynamic model of a vapor compression cycle with shut-down and start-up operations. In: *International Journal of Refrigeration* 33 (2010), Nr. 3, S. 538–552. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.09.011>

- [Liang u. a. 2009] LIANG, Chen ; JIANGPING, Chen ; JINGHUI, Liu ; ZHIJIU, Chen: Experimental investigation on mass flow characteristics of electronic expansion valves with R22, R410A and R407C. In: *Energy Conversion and Management* 50 (2009), Nr. 4, S. 1033–1039. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enconman.2008.12.018>
- [Lunze 2006] LUNZE, Jan: *Regelungstechnik* 2. 4. Auflage. Springer Berlin Heidelberg, 2006. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-32511-6>
- [McKinley u. Alleyne 2008] MCKINLEY, Thomas L. ; ALLEYNE, Andrew G.: An advanced non-linear switched heat exchanger model for vapor compression cycles using the moving-boundary method. In: *International Journal of Refrigeration* 31 (2008), Nr. 7, S. 1253–1264
- [Miyagawa u. Hill 2001] MIYAGAWA, K. ; HILL, P. G.: Rapid and Accurate Calculation of Water and Steam Properties Using the Tabular Taylor Series Expansion Method. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 123 (2001), Nr. 3, S. 707. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1367340>
- [Miyazaki u. Akisawa 2009] MIYAZAKI, Takahiko ; AKISAWA, Atsushi: The influence of heat exchanger parameters on the optimum cycle time of adsorption chillers. In: *Applied Thermal Engineering* 29 (2009), Nr. 13, S. 2708–2717. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2009.01.005>
- [Negrão u. a. 2011] NEGRÃO, Cezar O. ; ERTHAL, Raul H. ; ANDRADE, Diogo E. ; SILVA, Luciana Wasnievski D.: A semi-empirical model for the unsteady-state simulation of reciprocating compressors for household refrigeration applications. In: *Applied Thermal Engineering* 31 (2011), Nr. 6-7, S. 1114–1124. <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2010.12.006>
- [Nocedal u. Wright 2006] NOCEDAL, Jorge ; WRIGHT, Stephen J.: *Numerical Optimization*. 2. Auflage. Springer New York, 2006. <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5>
- [Núñez 2001] NÚÑEZ, Tomás: *Charakterisierung und Bewertung von Adsorbentien für Wärmetransformationsanwendungen*, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Dissertation, 2001
- [Paige 1981] PAIGE, C.: Properties of numerical algorithms related to computing controllability. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 26 (1981), Nr. 1, S. 130–138. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1981.1102563>
- [Press u. a. 2007] PRESS, William H. ; TEUKOLSKY, Saul A. ; VETTERLING, William T. ; FLANNERY, Brian P.: *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007. – ISBN 0521880688
- [Preuß u. Jahn 2011] PREUSS, Guntram ; JAHN, Karin: Energiebedarf von Kältetechnik in Deutschland / VDMA Allgemeine Lufttechnik. Frankfurt, 2011. – Forschungsbericht

- [Rasmussen u. Alleyne 2010] RASMUSSEN, Bryan P. ; ALLEYNE, Andrew G.: Gain Scheduled Control of an Air Conditioning System Using the Youla Parameterization. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18 (2010), Nr. 5, S. 1216–1225. <http://dx.doi.org/10.1109/TCST.2009.2035104>
- [Rasmussen u. Larsen 2009] RASMUSSEN, Henrik ; LARSEN, Lars Finn S.: Energy efficient control of a refrigeration plant. In: *18th IEEE International Conference on Control Applications*. St. Petersburg, 2009
- [Richter 2008] RICHTER, Christoph: *Proposal of New Object-Oriented Equation-Based Model Libraries for Thermodynamic Systems*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 2008
- [Riege 1998] RIEGE, Britta: *Strukturmaße für dynamische Systeme* / Universität Duisburg. 1998 (01). – Forschungsbericht
- [Rist 1995] RIST, Dieter: *Dynamik realer Gase: Grundlagen, Berechnungen und Daten für Thermogasdynamik, Strömungsmechanik und Gastechnik*. Springer Berlin Heidelberg, 1995. – ISBN 3540586385
- [Ruthven 1984] RUTHVEN, Douglas M.: *Principles of Adsorption and Adsorption Processes*. Wiley-Interscience, 1984. – ISBN 0471866067
- [Sager 2009] SAGER, S: Reformulations and Algorithms for the Optimization of Switching Decisions in Nonlinear Optimal Control. In: *Journal of Process Control* 19 (2009), Nr. 8, S. 1238–1247
- [Saha u. a. 1995] SAHA, Bidyut B. ; BOELMAN, Elisa C. ; KASHIWAGI, Takao: Computational analysis of an advanced adsorption-refrigeration cycle. In: *Energy* 20 (1995), Nr. 10, S. 983–994. [http://dx.doi.org/10.1016/0360-5442\(95\)00047-K](http://dx.doi.org/10.1016/0360-5442(95)00047-K)
- [Schawe 2001] SCHAWÉ, Dirk: *Theoretical and Experimental Investigation of an Adsorption Heat Pump with Heat Transfer between two Adsorbers*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2001
- [Schedel u. a. 2013] SCHEDEL, Felix ; SUCK, Gerrit ; FÖRSTERLING, Sven ; TEGETHOFF, Wilhelm ; KÖHLER, Jürgen: Effizienzbewertung von Wärmepumpen in Hybridfahrzeugen mit Hilfe der verlustbasierten Modellierung von Scrollverdichtern. In: *Deutsche Kälte-Klima Tagung*. Hannover, 2013
- [Schicktanztanz 2011] SCHICKTANZ, Matthias: Influence of temperature fluctuations on the operational behaviour of adsorption chillers. In: *International Sorption Heat Pump Conference*. Padua, 2011

- [Schicktanztanz u. Núñez 2009] SCHICKTANZ, Matthias ; NÚÑEZ, Tomás: Modelling of an adsorption chiller for dynamic system simulation. In: *International Journal of Refrigeration* (2009), S. 588–595
- [Schulze u. a. 2012] SCHULZE, Christian ; GRÄBER, Manuel ; TEGETHOFF, Wilhelm: A Limiter for Preventing Singularity in Simplified Finite Volume Methods. In: *MATHMOD, 7th Vienna International Conference on Mathematical Modelling*. Wien, 2012
- [Schulze u. a. 2010] SCHULZE, Christian ; HUHN, Michaela ; TEGETHOFF, Wilhelm ; KÖHLER, Jürgen: Numerisch effiziente Berechnungsmethoden für die Stoffeigenschaften von Fluiden für die Systemsimulation. In: *Deutsche Kälte-Klima Tagung*. Magdeburg, 2010
- [Schurt u. a. 2009] SCHURT, Leonardo C. ; HERMES, Christian J. ; NETO, Alexandre T.: A model-driven multivariable controller for vapor compression refrigeration systems. In: *International Journal of Refrigeration* 32 (2009), Nr. 7, S. 1672–1682. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.04.004>. – ISSN 01407007
- [Simon 2010] SIMON, Dan: Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms. In: *IET Control Theory & Applications* 4 (2010), Nr. 8, S. 1303–1318
- [Skogestad 2000] SKOGESTAD, Sigurd: Plantwide control: the search for the self-optimizing control structure. In: *Journal of Process Control* 10 (2000), Nr. 5, S. 487–507. [http://dx.doi.org/10.1016/S0959-1524\(00\)00023-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0959-1524(00)00023-8)
- [Skogestad 2004] SKOGESTAD, Sigurd: Near-optimal operation by self-optimizing control: from process control to marathon running and business systems. In: *Computers & Chemical Engineering* 29 (2004), Nr. 1, S. 127–137. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2004.07.011>
- [Späth 1995] SPÄTH, Helmuth: *Two-Dimensional Spline Interpolation Algorithms*. A. K. Peters Ltd. Wellesley, 1995
- [Tegethoff 1999] TEGETHOFF, Wilhelm: *Eine objektorientierte Simulationsplattform für Kälte-, Klima- und Wärmepumpensysteme*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1999
- [Thome 2009] THOME, John R.: *Engineering Data Book III*. Wolverine Tube, Inc., 2009
- [Tien 1994] TIEN, Chi: *Adsorption Calculations and Modeling*. Butterworth-Heinemann, 1994. – ISBN 0750691212

- [Vasta u. a. 2012] VASTA, Salvatore ; FRENI, Angelo ; SAPIENZA, Alessio ; COSTA, Fabio ; RESTUCCIA, Giovanni: Development and lab-test of a mobile adsorption air-conditioner. In: *International Journal of Refrigeration* 35 (2012), Nr. 3, S. 701–708. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2011.03.013>
- [Wallace u. a. 2012] WALLACE, Matt ; DAS, Buddhadeva ; MHASKAR, Prashant ; HOUSE, John ; SALSURY, Tim: Offset-free model predictive control of a vapor compression cycle. In: *Journal of Process Control* 22 (2012), Nr. 7, S. 1374–1386. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jprocont.2012.06.011>
- [Wang u. a. 2010] WANG, Kai ; EISELE, Magnus ; HWANG, Yunho ; RADERMACHER, Reinhard: Review of secondary loop refrigeration systems. In: *International Journal of Refrigeration* 33 (2010), Nr. 2, 212–234. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.09.018>
- [Wang u. Chua 2007] WANG, Xiaolin ; CHUA, H.T.: Two bed silica gel-water adsorption chillers: An effectual lumped parameter model. In: *International Journal of Refrigeration* 30 (2007), Nr. 8, S. 1417–1426. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2007.03.010>
- [Wedekind u. a. 1978] WEDEKIND, G.L. ; BHATT, B.L. ; BECK, B.T.: A system mean void fraction model for predicting various transient phenomena associated with two-phase evaporating and condensing flows. In: *International Journal of Multiphase Flow* 4 (1978), Nr. 1, 97–114. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-9322\(78\)90029-0](http://dx.doi.org/10.1016/0301-9322(78)90029-0)
- [Weigand u. a. 2010] WEIGAND, Bernhard ; KÖHLER, Jürgen ; WOLFERSDORF, Jens von: *Thermodynamik kompakt*. 2. Auflage. Springer Berlin Heidelberg, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13113-4>
- [Welch u. Bishop 2006] WELCH, Greg ; BISHOP, Gary: An Introduction to the Kalman Filter / University of North Carolina at Chapel Hill. 2006. – Forschungsbericht
- [Xia u. a. 2008] XIA, Z ; YANG, G ; WANG, R: Experimental investigation of capillary-assisted evaporation on the outside surface of horizontal tubes. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (2008), Nr. 15-16, S. 4047–4054. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.11.042>
- [Xia u. a. 2009] XIA, Z ; YANG, G ; WANG, R: Capillary-assisted flow and evaporation inside circumferential rectangular micro groove. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009), Nr. 3-4, S. 952–961. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.05.041>
- [Zivi 1964] ZIVI, S.M.: Estimation of steady-state steam void-fraction by means of the principle of minimum entropy production. In: *J. Heat Transfer* 86 (1964), S. 247–252

